

STAR모형의 이론적 고찰

한성신 · 민경삼

경기변동이나 환율변동과 같이 선형 모형에 의해 분석되기 어려운 연구분야에서 일찍부터 비선형 시계열 분석방법, 특히 상태종속 또는 영역변경 형태를 다루는 모형들이 활발히 연구되어 왔다. 그 중에서도 영역변경모형의 하나인 평활전이자기회귀(Smooth Transition Autoregressive : STAR)모형이 실증연구에 많이 이용되고 있다. 평활전이자기회귀(STAR)모형은 경기순환의 비선형 움직임을 특성화하기 위해 임계자기회귀(Threshold Autoregressive : TAR)모형과 지수자기회귀(Exponential Autoregressive : EAR)모형이 결합되어 발전된 비선형 모형인데, 최근 들어 이 모형에 대한 통계적인 모형설정 절차와 추정방법이 많이 개선되었다.

이 논문에서는 비선형성에 대한 실증연구를 하는데 도움이 될 수 있도록 STAR모형의 설정, 추정, 평가에 대한 기법을 소개한다. 특히 비선형 관계는 동태적인 분석을 어렵게 하기 때문에 통상적으로 추정된 비선형 함수를 이용하여 다양한 충격에 대해 비선형 충격반응 분석이 행해지고 있는데, 전이함수의 특성근분석이나 비선형 충격반응분석 절차도 아울러 제시한다. 또한 STAR모형을 응용하여 경기순환변동과 환율의 비선형성/비대칭성을 분석한 연구들도 간략하게 소개한다. STAR모형이 통계학적 의미를 떠나 경제학적 해석에 있어서 어려운 점을 설명하고 경제학적으로 의미있는 연구 방향을 제시한다. 분명한 것은 영역에 따라 국지적으로 불안정성이 존재할 수 있다는 점은 경제학적 실증분석에 시사하는 점이 크다.

I. 서 론

경기변동이나 환율변동과 같이 경제적 행태가 선형 모형에 의해서 분석되기 어려운 분야에서는 일찍부터 비선형 시계열 분석방법에 대한 연구가 꾸준히 진행되어 왔다. 이 연구들 중에서도 상태종속 또는 영역변경 행태를 다루는 모형들이 활발히 연구되어 왔다. 이 논문에서는 영역변경모형의 하나로 최근 많이 이용되는 평활전이자기회귀(Smooth Transition Autoregressive : STAR)모형을 고찰해 보고자 한다.

STAR모형은 경기순환의 비선형 움직임을 특성화하기 위해 임계자기회귀(Threshold Autoregressive : TAR)모형과 지수자기회귀(Exponential Autoregressive : EAR)모형이 결합되어 발전된 비선형 모형이다. 이 STAR모형은 영역이동이 부드럽다(smooth)는 특징을 가지고 있는데, 이러한 점에서 TAR모형이나 마코프 영역변경모형과는 구별된다. 특히 외환시장에서는 환율이 거시경제적인 여건들이나 시장 참가자들의 상이한 판단에 따라 변동할 뿐만 아니라 변동영역의 이동도 일정한 조정과정을 거치면서 이루어지므로 환율을 모형화할 때 STAR모형을 고려하는 것도 한 방법일 것이다.

STAR모형의 실증연구는 시계열의 비선형성 검정, 전이함수의 추정과 동태적 특성분석을 포함한다. 특히 비선형 관계는 동태적인 분석을 어렵게 하기 때문에 추정된 비선형 함수를 이용하여 다양한 충격에 대해 비선형 충격반응분석이 행해진다. STAR모형에 대한 통계적인 모형설정 절차와 추정방법은 최근에 많이 개선되어 왔다. 예를 들면, Teräsvirta [39]는 STAR모형의 설정, 추정, 평가절차를 일반화시켰으며, Eitrheim and Teräsvirta [9]는 모형의 적합성 검정을 개선시켰다.¹⁾ 전이함수의 동태적 특성이나 비선형 충격반응분석은 STAR모형을 이용하여 시계열의 비선형성을 분석하는 실증연구들에서 많이 이루어졌다. 예를 들

1) STAR모형은 보다 짧은 시계열에 자주 적합(fit)되기 때문에 관련된 검정이 소표본에서도 우수함을 알아볼 필요가 있는데, Eitrheim and Teräsvirta [9]는 STAR모형의 설정, 추정, 평가와 관련된 검정들을 소표본에서도 적합하도록 개선하였다.

어, Teräsvirta [39] [40], Michael, Nobay and Peel [26], Öcal and Osborn [29], Sarantis [34] 등은 비선형 함수의 특성근을 구하여 시계열의 동태적 안정성을 분석하였으며, Oh [28]는 비선형 충격반응 시뮬레이션을 통해 시계열의 동태적 특성을 분석하였다.

이 논문에서는 비선형성에 대한 실증연구를 하는데 도움이 될 STAR모형의 설정, 추정, 평가에 대한 기법과 이 모형을 이용한 동태적 비선형성의 분석방법, 그리고 STAR모형을 이용한 연구문헌들을 소개하고자 한다. 이 논문의 구성은 다음과 같다. 제II절에서는 Teräsvirta [39]가 제시한 STAR모형의 설정, 추정, 평가에 대한 기법을 소개할 것이다. 제III절에서는 모형의 추정절차와 특성근분석 및 비선형 충격반응분석을 설명하고, 제IV절에서는 STAR모형을 이용한 연구들을 살펴볼 것이다.

II. STAR모형의 설정

1. STAR모형의 특징

우선 영역이 2개이고 영역이 자기시차에 종속적인 다음과 같은 SETAR(Self-Exciting Threshold Autoregressive)모형을 고려하기로 하자.

$$y_t = \pi_0 + \sum_{i=1}^d \pi_i y_{t-i} + (\pi'_0 + \sum_{i=1}^d \pi'_i y_{t-i}) \cdot I_\gamma(y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (1)$$

여기서 I_γ 는 Indicator 함수이다. I_γ 는 y_{t-d} 가 γ 보다 작거나 같으면 0이고 γ 보다 크면 1인 함수이며, 따라서 y_t 는 y_{t-d} 가 속하는 0과 1의 영역에 종속적이다. 이러한 이분법적인 영역을 설정하면 경제현상이 다른 영역으로 비연속적으로 전환되는 단점이 있다. 이 단점을 보완하는 방법 중 하나가 이분법적인 영역을 설정하는 대신에 영역전환이 연속적으로 이루어지게 영역을 설정하는

것이다.

식 (1)에서 I_γ 를 '평활전이함수'(smooth transition function)로 대체하면 식 (1)은 다음과 같은 STAR모형이 된다.

$$y_t = (\pi_0 + \sum_{i=1}^p \pi_i' y_{t-i}) + (\pi'_0 + \sum_{i=1}^p \pi_i' y_{t-i}) \cdot \mathcal{F}(y_{t-d}) + u_t$$

$$u_t \sim nid(0, \sigma^2) \quad (1)'$$

$\mathcal{F}(\cdot)$ 는 평활전이함수이며, y_{t-d} 는 전이변수(transition variable)이다. p 는 자기회귀시차이고, d 는 지연모수(delay parameter)이다. $\mathcal{F}(\cdot)$ 는 연속함수이므로 이제 y_t 는 0과 1 사이에서 연속적으로 영역을 전환하게 된다.

식 (1)'의 우변의 첫 번째 부분은 자기회귀(AR)모형 형태의 선형 특성을 나타내며, 두 번째 부분은 영역의 함수인 전이함수를 포함하기 때문에 비선형 특성을 나타낸다. 설명의 편의를 위해 이 모형을 STAR(p, d)로 표기하고자 한다.

전이함수로는 통상적으로 다음의 두 가지 형태를 가정한다.

로지스틱 전이함수

$$\mathcal{F}^L(y_{t-d}) = [1 + \exp\{-\gamma(y_{t-d} - c)\}]^{-1}, \quad \gamma > 0 \quad (2)$$

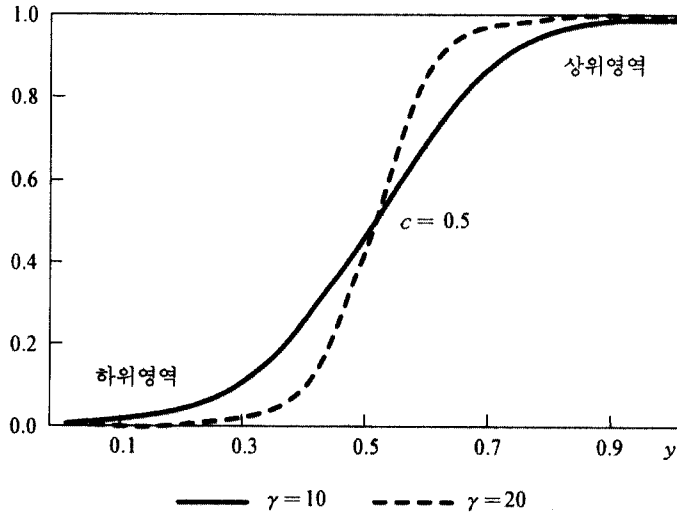
지수 전이함수

$$\mathcal{F}^E(y_{t-d}) = 1 - \exp\{-\gamma(y_{t-d} - c)^2\}, \quad \gamma > 0 \quad (3)$$

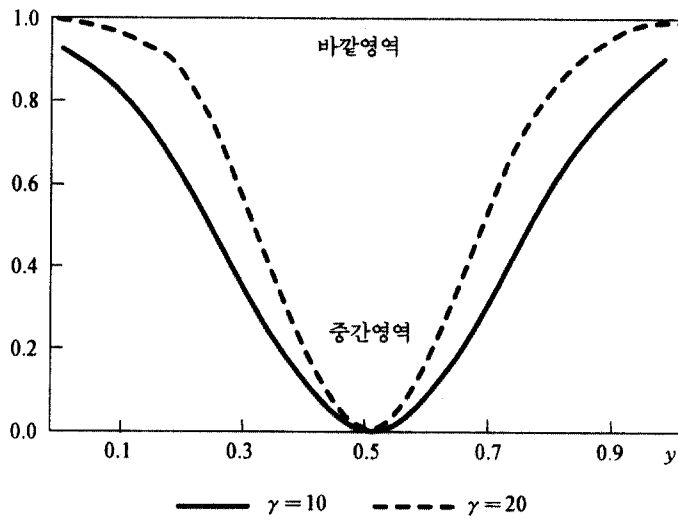
이들 전이함수의 특성에 의해 한 영역에서 다른 영역으로의 영역이동이 부드럽게 된다. 전이함수에서 영역이동의 행태를 규정하는 모수는 γ 와 c 이다. γ 는 영역전환의 속도를 통제하는 조정(adjustment) 모수이다. 조정 모수가 크면 영역이동도 빠를 것이다. c 는 위치모수 또는 임계값(threshold value)이다. c 는 영역이 전환되는 기준이 된다.

<그림 1>과 <그림 2>는 변수 y 가 0과 1 사이일 때 전형적인 로지스틱 전이함수와 지수 전이함수를 나타낸 것이다. 로지스틱 전이함수에서 함수값들은 변수

〈그림 1〉 로지스틱 전이함수



〈그림 2〉 지수 전이함수



y 의 값에 따라 단조 증가하며, 지수 전이함수에서 함수값들은 일반적으로 임계값인 c 를 중심으로 대칭적으로 분포되어 있다. 실선은 $\gamma = 10$ 인 경우이며, 점선은 $\gamma = 20$ 인 경우인데, 그림에서 알 수 있듯이 γ 가 클수록 전이함수의 기울기가 더욱 가파르게 되고 이에 따라 영역이동의 속도도 빠르게 된다.

전이함수 (2)를 식 (1)'에 대입하면 로지스틱 평활전이자기회귀(Logistic Smooth Transition Autogressive: LSTRA)모형이 된다. 이 LSTAR모형에서 $\mathcal{F} = 0$ 과 $\mathcal{F} = 1$ 의 2개의 극단적인 영역은 각각 상위영역(upper regime)과 하위영역(lower regime)으로 불린다. 이에 반해 전이함수 (3)을 식 (1)'에 대입하면 지수평활전이자기회귀(Exponential Smooth Transition Autoregressive: ESTAR)모형이 된다. 이 ESTAR모형에서 $\mathcal{F} = 0$ 의 영역은 중간영역(mid regime)이라 불리고, $\mathcal{F} = 1$ 의 2개의 극단적 영역은 바깥영역(outer regimes)이라 불린다. 이러한 LSTAR 또는 ESTAR모형의 유형은 데이터의 특성에 따라 달리 적용되어야 하기 때문에 모형의 설정절차가 중요하다.

2. 모형의 설정절차

STAR모형의 설정에서 가장 중요한 것은 시계열이 선형 종속적인지 아니면 비선형 종속적인지를 판단하는 선형성 검정절차이다. 왜냐하면 선형 종속적인 시계열에 임의의 비선형 모형을 적합시키면 가성적일(spurious) 가능성이 크기 때문이다.²⁾

식 (1)'의 STAR모형에서 선형성 검정의 귀무가설은 다음과 같이 설정할 수 있다.

$$H_0 : \pi'_0 = \pi'_1 = \dots = \pi'_p = 0 \quad (4)$$

귀무가설 (4)는 선형성 검정의 귀무가설이 AR모형이고 대립가설은 STAR모형임을 의미한다. 만일 이 귀무가설이 채택되면 식 (1)'에서 우변의 두 번째 부

2) Hamilton [16]의 영역-변경모형과 여러 가지 비모수적 모형에 대해 쏟아진 비판도 바로 그들이 선형성 가설을 검정하지 않았다는 점이다.

분인 비선형 특성이 제거되고 첫 번째 부분인 선형 특성만 남을 것이다. 즉, 식 (1)'는 자기회귀(AR)모형이 되며, 시계열은 선형 종속적일 것으로 판단될 것이다. 그러나 π'_i 중 어느 하나라도 0이 아니라면 식 (1)'에서 우변의 두 번째 부분인 비선형 특성이 존재하게 된다. 즉, 식 (1)'는 STAR모형이 되며, 시계열은 선형 종속적이기보다는 비선형 종속적일 가능성이 크다.

Teräsvirta [39]는 구체적으로 STAR모형을 설정하는 절차를 다음 세 단계로 구분하였다. 첫째 단계는 자기회귀(AR)모형을 설정하는 절차이다. STAR모형은 식 (1)'에서와 같이 AR모형을 내포(nest)하기 때문에 AR모형의 시차 선정이 중요하다. 둘째 단계는 선형성, 즉 시계열이 선형 종속이라는 귀무가설을 검정하는 절차이다. 선형성이 기각되지 않으면 가성 적합(spurious fit)의 가능성 때문에 시계열에 대해 STAR모형을 적용하기 어렵다. 셋째 단계는 선형성이 기각된 시계열에 대해 구체적으로 적용할 STAR모형, 즉 LSTAR모형과 ESTAR모형 중 하나를 선택하는 절차이다. 여기서 이 세 단계 절차에 대해 간단하게 설명하도록 하자.

1) 자기회귀모형 설정

선형성을 검정하기 위해서는 식 (4)를 충족시키는 귀무가설모형을 다음과 같이 설정하여야 한다.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} y_{t-i} + u_t \quad (5)$$

이와 같은 자기회귀모형을 설정하려면 적당한 자기회귀 시차 p 를 선택하여야 하는데, p 의 시차선택에는 통상적으로 다음과 같은 Akaike정보기준(Akaike Information Criterion : AIC)이나 Schwarz정보기준(Schwarz Information Criterion : SIC)이 이용된다.

$$C_{AIC} = -2l/T + 2k/T \quad (6)$$

$$C_{SIC} = -2l/T + (k \log T)/T$$

$$l = -\frac{T}{2}(1 + \log(2\pi) + \log(SSR_0/T))$$

l 은 대수우도(log likelihood)이며, T 는 관찰치수, $k(=p+1)$ 는 설명변수의 수이다. SSR_0 는 식 (5)로부터 추정된 잔차제곱합이다.

시차를 선택할 때 C_{AIC} 나 C_{SIC} 가 작을수록 선호되는데, C_{AIC} 나 C_{SIC} 가 가장 작은 값을 갖는 시차길이를 자기회귀모형의 시차로 선정하는 것이 통상적인 시차선택 기법이다.³⁾

2) 선형성 검정과 지연모수 선정

다음 단계는 전이변수의 시차인 지연모수 d 가 알려져 있다는 가정하에 선형성을 검정하는 절차이다. 선형성 검정의 귀무가설은 식 (5)에서 설정된 $AR(p)$ 모형이며, 대립가설은 $STAR(p, d)$ 모형이다.

Luukkonen *et al.* [23]은 전이함수의 3차 테일러 전개(Taylor approximation)를 통해 귀무가설 (4)를 검정하기 위한 라그랑지 승수(Lagrange Multiplier: LM) 형태의 검정통계량을 도출하였다. 전이함수 $\mathcal{F}(y_{t-d})$ 를 3차 테일러 전개한 후 식 (1)'에 대입하여 정리하면 다음과 같다.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^p \beta_{1i} y_{t-i} + \sum_{i=1}^p \beta_{2i} y_{t-i} y_{t-d} + \sum_{i=1}^p \beta_{3i} y_{t-i} y_{t-d}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_{4i} y_{t-i} y_{t-d}^3 + v_t \quad (7)$$

Luukkonen *et al.* [23]에 따르면 식 (5)의 자기회귀모형에서 그 잔차항이

3) SIC가 AIC보다 설명변수 추가에 대해 더 큰 페널티를 부과하기 때문에 SIC에 의한 시차선택이 인색한 모형을 초래할 가능성이 높으므로 Teräsvirta [39]는 AIC 이용을 권고하고 있다. 또한 너무 인색한 모형이 되는 것을 피하기 위해서는 편자기상관계수(Partial Autocorrelation Coefficient: PAC)도 고려할 수 있다.

$Eu_i^8 < 0$ 을 만족하면, 식 (5)와 식 (7)을 비교하여 얻은 라그랑지 승수 형태의 검정통계량인 $LM = (SSR_0 - SSR_3) / \hat{\sigma}^2$ 은 점근적으로 $\chi^2(3p)$ 분포를 갖는다. 여기서 SSR_3 와 $\hat{\sigma}^2$ 은 식 (7)의 회귀로부터 추정된 잔차제곱합과 분산이다.

이에 따라 선형성을 검정하기 위한 앞의 귀무가설 식 (4)를 다음과 같이 다시 설정할 수 있다.

$$H_0 : \beta_{2i} = \beta_{3i} = \beta_{4i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (4)'$$

물론 이 귀무가설에 대한 대립가설은 $H_1 : 'H_0$ 가 타당하지 않다'는 것이다. 이 때 식 (7)을 식 (5)의 귀무가설모형을 검정하기 위한, 즉 선형성 검정을 위한 보조회귀(auxiliary regression)라고 한다. 귀무가설이 타당하지 않다면 식 (5)의 선형회귀 잔차제곱합과 식 (7)의 보조회귀 잔차제곱합의 차이가 클 것이고, 이에 따라 LM통계량의 값도 클 것이다. 이 때 시계열에 적합한 모형은 선형 모형이라기보다는 비선형 모형이 될 것이다. 그러나 귀무가설이 타당하다면 시계열에 적합한 모형은 선형 모형이 될 것이다.

이 라그랑지 승수 형태의 검정은 다음과 같은 F형태의 검정통계량에 의해서도 시행이 가능하며,⁴⁾ Teräsvirta [39]도 이 F검정의 형태로 선형성을 검정하는 절차를 제시하였다.

$$F_L = \frac{(SSR_0 - SSR_3) / (3p)}{SSR_3 / (T - k - 3p)}$$

여기서 SSR_0 와 SSR_3 는 각각 식 (5)와 식 (7)의 회귀에서 얻은 잔차제곱합이며, p 는 앞에서 자기회귀모형 설정시 선택한 시차이다.

사실 식 (5)와 식 (7)을 비교하면, 차이는 전이변수 y_{t-d} 가 포함되었다는 것이고 이 항들의 갯수는 $3 \times p$ 이다. 따라서 F검정은 부여된 제약이 있을 경우와 없을 경우의 잔차제곱합을 비교하여 제약이 타당한지를 검정하는 것과 같다.

4) χ^2 검정은 시계열이 짧은 때 시차 p 가 클수록 표본크기가 작아지는 문제가 있으며, 그런 경우 F형태의 검정은 종종 점근적 χ^2 검정을 능가하기 때문에 F검정이 선호된다.

제약이 타당하지 않다면 2개의 잔차제곱합은 큰 차이가 있을 것이고 F_L 값은 클 것이다. 따라서 검정통계량인 F_L 값이 클수록, 즉 이 통계량에 대한 p -값 (p -value)이 작을수록 귀무가설, 즉 시계열의 선형성을 강하게 기각하게 된다.

이 검정은 지연모수 d 가 알려져 있다는 것을 전제로 하기 때문에 d 의 값을 달리 설정하여 다시 선형성 검정을 반복한 후 적합한 d 를 선정하여야 할 것이다. Teräsvirta [38]는 지연모수 d 의 선정에 선형성 검정의 한 부분으로 할 것을 제안하였다. 그가 제안한 방법은 전이변수 y_{t-d} 중 하나 이상이 귀무가설을 기각할 경우 귀무가설을 기각한 여러 개의 d 중에서 가장 작은 p -값을 갖는 d 를 지연모수로 선정하는 것이다. 즉, $d = \arg \min p(d)$, $1 \leq d \leq p$ 이다. 이때 $p(d)$ 는 지연모수가 d 일 때 선형성 검정통계량인 F_L 에 대한 p -값이다. 이러한 방법에 의해 지연모수 d 가 선정될 때 선형성의 검정력은 최대가 된다.

3) ESTAR / LSTAR 모형의 선택

식 (1)'에서 선형성을 의미하는 귀무가설모형이 기각되지 않으면 대립가설인 STAR모형을 정의할 수 없다. 그러나 선형성 검정의 귀무가설이 기각되면 비선형 특성을 표현할 식 (1)' 형태의 STAR모형을 정의할 수 있게 된다. 이제 식 (1)'의 STAR모형에서 전이함수 $\mathcal{F}(\cdot)$ 의 구체적인 형태가 로지스틱 형태인지 지수 형태인지를 선택하여야 한다. 즉, 적용시킬 STAR모형이 LSTAR모형인지 ESTAR모형인지를 결정해야 한다. 이러한 모형 선택절차는 앞의 선형성 검정에서 정의한 식 (5)와 식 (7)에 기초하여 다음의 세 가지 연속적인 가설들을 검정하는 절차이다.

$$H_{04} : \beta_{4i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (8)$$

$$H_{03} : \beta_{3i} = 0 \mid \beta_{4i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (9)$$

$$H_{02} : \beta_{2i} = 0 \mid \beta_{3i} = \beta_{4i} = 0, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (10)$$

이러한 연속적인 가설검정은 계수 $\beta_{j\cdot}$, $j = 2, 3, 4$ 가 STAR모형의 모수의 함수라는 사실에 기초하고 있다. 식 (1)'에서 전이함수가 3차함수의 형태라면

식 (7)에서 전이변수의 3차항이 포함된 변수들의 계수($\beta_{4.}$) 중 적어도 하나 이상이 유의적이므로 귀무가설 H_{04} 가 기각된다. 또한 식 (1)'에서 전이함수가 2차함수의 형태라면 식 (7)에서 전이변수의 3차항이 포함된 변수들의 계수($\beta_{4.}$)들이 모두 유의적이지 않으면서 전이변수의 2차항이 포함된 변수들의 계수($\beta_{3.}$) 중 적어도 하나 이상이 유의적이므로 조건부 귀무가설 H_{03} 이 기각된다. 마지막으로 식 (1)'에서 전이함수가 1차함수의 형태라면, 식 (7)에서 전이변수의 3차항과 2차항이 포함된 변수들의 계수($\beta_{4.}, \beta_{3.}$)가 모두 유의적이지 않으면서 전이변수의 1차항이 포함된 변수들의 계수($\beta_{2.}$) 중 적어도 하나 이상이 유의적이어서 조건부 귀무가설 H_{02} 이 기각된다.

이 세 가지 가설을 검정하기 위해서는 식 (5), 식 (7)과 더불어 다음의 보조 회귀식 추정이 필요하다.

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} y_{t-i} y_{t-d} + \sum_{i=1}^k \beta_{3i} y_{t-i} y_{t-d}^2 + v'_t \quad (11)$$

$$y_t = \beta_0 + \sum_{i=1}^k \beta_{1i} y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \beta_{2i} y_{t-i} y_{t-d} + v''_t \quad (12)$$

식 (5), (7), (11), (12)의 회귀로부터 연속적인 가설 (8)~(10)을 검정하기 위한 검정통계량은 다음과 같이 정의된다.

$$F_4 = \frac{(SSR_2 - SSR_3)/p}{SSR_3/(T - k - 3p)}$$

$$F_3 = \frac{(SSR_1 - SSR_2)/p}{SSR_2/(T - k - 2p)}$$

$$F_2 = \frac{(SSR_0 - SSR_1)/p}{SSR_1/(T - k - p)}$$

$SSR_0, SSR_1, SSR_2, SSR_3$ 은 각각 식 (5), (12), (11), (7)의 회귀로부터 추정된 잔차제곱합이며, $k = p + 1$ 이고, p 는 앞에서 자기회귀모형 설정시 선택한

〈표 1〉 연속 가설검정과 STAR모형의 선택

| 유형 | H_{04} | H_{03} | H_{02} | 모형 선택 |
|----|----------|----------|----------|---------|
| A | 기각 | | | LSTAR모형 |
| B | 채택 | 기각 | | ESTAR모형 |
| C | 채택 | 채택 | 기각 | LSTAR모형 |

시차이다. 그리고 F_4 , F_3 , F_2 는 각각 앞의 연속 귀무가설 H_{04} , H_{03} , H_{02} 를 검정하기 위한 검정통계량이다.

이제 이러한 연속 가설검정의 결과로부터 구체적인 STAR모형의 유형이 로지스틱 형태인지 지수 형태인지를 선택하여야 한다. 설명의 편의를 위해 〈표 1〉에 모형선택의 기준을 나타내었다. A유형의 경우 전이변수의 3차항이 유의적이어서 전이함수가 3차함수에 가깝다는 것을 의미한다. C유형의 경우는 전이변수의 3차항과 2차항이 유의적이지 않다는 전제하에 1차항이 유의적이기 때문에 STAR모형에서 전이함수가 1차함수에 가깝다는 것을 의미한다. 따라서 A유형과 C유형의 경우 3차함수나 1차함수에 가까운 전이함수를 추정할 수 있는 LSTAR모형이 적합할 것이다. 한편 B유형의 경우 전이변수의 3차항이 유의적이지 않다는 전제하에 2차항이 유의적이기 때문에 전이함수가 2차함수에 가깝다는 것을 의미한다. 따라서 B유형의 경우 2차함수에 가까운 전이함수를 추정할 수 있는 ESTAR모형이 적합할 것이다.

그러나 이러한 검정절차를 도출하는데 사용된 테일러 전개에서 더욱 고차항이 무시되었기 때문에 Teräsvirta [39]는 앞에서 설명한 연속검정의 엄격한 적용은 잘못된 결론을 초래할 수도 있음을 지적하였다. 대신에 그는 귀무가설 H_{04} , H_{03} , H_{02} 의 검정통계량에 대한 p -값을 계산한 후 가장 낮은 p -값에 기초하여 모형을 선택할 것을 권고하고 있다. 그가 권고한 방법은 H_{03} 에 대한 F 검정의 p -값이 가장 작다면 ESTAR모형을 선택하고 그렇지 않으면 LSTAR모형을 선택하는 것이다.

Ⅲ. STAR모형의 추정과 동태적 특성 분석

1. STAR모형의 추정

앞에서 구체적으로 적용할 STAR모형이 선택되었다면 이제 데이터를 적합시켜 STAR모형의 모수를 추정하여야 한다. STAR모형의 모수는 조건부 최소자승법으로 추정한다. 식 (1)'에 비추어 비선형 모형이 다음과 같다고 가정하자.

$$y_t = g(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{F}_{t-1}) + u_t \quad (13)$$

x 는 모수벡터

$$\mathbf{F}_t = F(y_t, y_{t-1}, \dots, y_{t-p+1})$$

$$E(u_t | \mathbf{F}_{t-1}) = 0$$

$$\text{var}(u_t | \mathbf{F}_{t-1}) = \sigma^2$$

최소자승법에 의한 적정화(optimum) 문제는 $\boldsymbol{\pi}$ 에 대해 다음을 최소화하는 것이다.

$$Q_t(\boldsymbol{\pi}) = \sum_{t=1}^T \{y_t - g(\boldsymbol{\pi}, \mathbf{F}_{t-1})\}^2 \quad (14)$$

이 최소화 조건은 비선형 모형의 추정량 계열 $\hat{\boldsymbol{\pi}}$ 이 $T \rightarrow \infty$ 일 때 진정한 모수벡터로 수렴하여야 가능하다. 일반적으로 시계열이 정상적(stationary)이고 에르고딕(ergodic)하면 비선형 최소화의 적정화가 충족되는 것으로 밝혀졌다.⁵⁾

비선형 모형의 모수 추정에서는 모수의 수렴이 초기치에 크게 의존하기 때문에 모수들의 초기치를 어떻게 부여하는가가 중요하다. 보통 π_0 와 π_i 의 초기치는 선형성 검정에서 추정된 선형 모형의 추정치를 사용한다. 그리고 π'_0 와

5) Tong [44] pp. 296~302.

π'_i 의 초기치로는 π_0 와 π_i 의 초기치와 동일한 크기로 부여되지만 부호는 반대이다. 특히 조정모수 γ 의 추정량이 π' 의 추정량과 심하게 음(-)으로 상관되어 있어 비선형 적정화가 항상 가능하지 않을 수도 있다. 이를 해결하기 위해 γ 의 초기치를 고정시키는 방법이 제시되었다. 이 방법에 따르면 $y_{t-d}-c$ 를 LSTAR모형에서는 y_t 의 표준편차로 나누고, ESTAR모형에서는 y_t 의 분산으로 나누어 재조정(rescale)한 다음 $\gamma=1$ 의 초기치를 부여한다.⁶⁾

2. 추정된 모형의 평가

적정화의 알고리즘이 수렴하여 LSTAR모형 또는 ESTAR모형이 추정되었다면 모형의 타당성이 평가되어야 한다. 모형의 평가방법에는 계수의 합리성 검토, 잔차 진단검정, 사후 표본예측력 비교 등이 있다.

첫째, 추정계수들에 대한 합리성을 검토하여 모형을 평가한다. 비선형 모형에서는 국지적으로 최소화 조건들을 만족하는 비합리적 계수들이 있기 때문에 최종적으로 추정된 계수의 추정치가 합리적이어야 한다. 예를 들어, 위치모수(location parameter) c 의 추정된 값이 전이변수의 범위 밖에 있다면 추정된 모형은 분명히 만족스럽지 않을 것이다. 즉, STAR모형이 적절(appropriate)하다면 임계(threshold)값은 전이변수의 범위내에 있어야만 한다.

둘째, 모형으로부터 추정된 잔차에 대한 진단검정(diagnosis)을 실시하여 모형의 적합성(appropriateness)을 검토한다. 통상적으로 Box-Ljung 시계열상관 검정을 이용하여 시계열상관에 기인한 비선형성이 남아 있는지를 체크하고, McLeod-Li검정과 Engle [11]의 ARCH검정을 이용하여 ARCH효과에 기인한 비선형성의 잔존 여부를 점검한다. 잔차의 정규성 검토로는 Lomnicki-Jarque-Bera검정이 이용되며, 잔차의 왜도와 과잉(excess) 침도는 잔차의 분포를 나타낸다.

셋째, 사후 표본예측은 모형을 평가하는데 유용하다. 우선 표본기간에 대해

6) Teräsvirta [39]는 모형이 잘 설정되지 않으면 γ 의 추정이 어려워진다는 것을 지적하고 있다. 만일 알고리즘이 수렴하지 않는다면 γ 에 대한 일련의 눈금식 값들(a grid of values)을 사용하여 추정을 시행한다.

AR(p)모형과 STAR(p, d)모형을 재추정한다. 다음으로 표본 관찰치를 추정된 모형에 대입하여 예측치를 계산한다. 마지막으로 표본관찰치와 예측치와의 오차를 계산한다. 오차를 측정방법으로는 평균평방제곱근오차(Root Mean Square Error : RMSE)와 절대평균오차(Mean Absolute Error : MAE), 예측의 방향착오율(Direction Error Ratio : DER) 등을 이용한다. 이러한 사후 표본예측은 정태적인 예측방법이기 때문에 STAR모형이 동태적인 비선형 모형인 점을 감안하면 정확한 예측력 평가방법은 아니나 모형의 유용성 평가의 하나로는 기능할 수 있을 것이다.

3. 특성근 분석

STAR모형에서 해석 가능한 모수는 γ 와 c 이다. 전이함수에서 γ 는 영역이동 속도를 나타내며, 위치모수 c 는 영역의 중간점을 나타낸다. 그러나 이 모수들이 만들어 내는 시계열의 비선형 관계는 동태적인 분석을 어렵게 한다. 다만 STAR모형은 전이함수값이 결정되어 영역이 고정되면 AR모형이 되기 때문에 AR모형으로부터 특성 다항식(charateristic polynomial)의 근을 도출하여 모형의 동태적 특성을 간접적으로 살펴볼 수 있다. 따라서 각 전이함수의 값에 따라 특성다항식을 설정하여 그 근을 도출한 후 특성근의 해석을 통해 모형의 동태적 특성 분석이 가능하다.

식 (1)'에서 전이함수값에 종속적인 특성 다항식을 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$\lambda^k - \sum_{i=1}^k (\pi_i + \pi'_i \mathcal{F}) \lambda^{k-i} = 0 \quad (15)$$

식 (15)에서 전이함수 \mathcal{F} 의 값을 0이나 1로 놓음으로써 극단적인 영역에서 특성근을 얻을 수 있다. 자기회귀시차인 p 가 2 이상인 경우 특성근은 실근뿐만 아니라 복소수근도 포함한다. 특히 복소수근은 주기특성을 가지고 있는데, 예를 들면 극단적인 영역에서 복소수근의 모듈(modulus)이 1보다 크다면 영역은 폭발적일 것이고, 그렇지 않으면 영역은 안정적일 것이다.

4. 비선형 충격반응분석

비선형 모형에서 충격반응함수는 초기조건과 충격의 부호 및 크기에 따라 다르게 나타나기 때문에⁷⁾ 시계열상에서 적절하다고 판단되는 시기에 상이한 부호 및 다양한 규모를 갖는 충격을 주어 비선형 충격반응함수를 추정한 후 시계열의 동태적 특성을 살펴볼 수 있다.

비선형 충격반응함수(NIRF)를 정의하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} NIRF_i(v; y_t, y_{t-1}, \dots) &= E[Y_{t+i} | y_t + v, y_{t-1}, \dots] \\ &\quad - E[Y_{t+i} | y_t, y_{t-1}, \dots], \quad (16) \\ i &= 1, \dots, n \end{aligned}$$

소문자는 실현된 값이고, v 는 가정된 충격(shock)이며, Y_{t+i} 는 가정된 충격과 임의의 확률값에 따른 $t+i$ 시점의 예측치이다. 비선형의 경우 선형과는 달리 Y_{t+i} 의 값이 임의의 확률값에 따라 다르게 나타나기 때문에 임의의 확률값을 반복적으로 부여하여 계산한 Y_{t+i} 의 기대치를 사용하였다. 따라서 식 (16)은 충격이 있을 경우의 조건부기대와 충격이 없을 경우의 조건부기대 간의 차이이다. 이러한 NIRF의 추정절차는 다음 네 단계로 구성되어 있다.

첫째 단계에서는 비선형 모형의 추정식으로부터 표본기간 동안의 임의의 확률값인 잔차를 도출한다. 잔차는 기준선(baseline) 추정과 예측치 산출에 이용된다. 둘째 단계에서는 기준선을 추정한다. 우선 표본기간내의 어떤 시점 t 에서 임의의 확률값인 잔차를 부여하여 시점 t 로부터 시점 $t+n$ 까지의 예측값을 추정한다. 이 과정을 N 번 반복 시행하여 예측값들의 평균을 기준선 예측치로 정의한다. 이러한 과거 잔차에 대한 확률도출의 논리는 잔차가 0의 평균을 갖는다는 가정에 기초하고 있다. 셋째 단계에서는 교란된(perturbed) 예측치를 추정한다. 충격 v 를 t 시점에 부여한 후 시점 $t+n$ 까지의 예측값을 추정한다.

7) Koop *et al.* [20], Oh [28].

다시 이 과정을 N 번 반복시행한 후 그 평균값을 교란된 예측치로 정의한다. 넷째 단계에서는 NIRF를 계산한다. 즉, 셋째 단계에서 계산한 교란된 예측치로부터 둘째 단계에서 계산한 기준선 예측치를 차감하여 NIRF를 추정한다.

IV. 다른 비선형 모형과의 비교

STAR모형 이외의 비선형 모형으로는 SETAR(Self-Exciting Threshold Autoregressive)모형과 마코프 스위칭 자기회귀(Markov Switching Autoregressive : MSAR)모형이 있다.

앞에서 설정한 2개 영역의 SETAR모형은 m 영역의 일반적인 SETAR모형 중 가장 단순한 모형이다. 즉, 식 (1)을 전이변수인 y_{t-d} 가 속하는 영역이 m 개가 되도록 다음과 같이 확장하면 일반적인 SETAR모형이 된다.

$$y_t = \pi_0 + \sum_{i=1}^d \pi_i y_{t-i} + (\pi'_0 + \sum_{i=1}^d \pi'_i y_{t-i}) \cdot I_{\gamma_i}(y_{t-d}) + \varepsilon_t \quad (17)$$

$$0 \leq I_{\gamma_1} \leq I_{\gamma_2} \leq \dots \leq I_{\gamma_i} \leq \dots \leq I_{\gamma_m} \leq 1$$

I_{γ_i} 는 y_{t-d} 의 값에 따라 변동하는 0과 1 사이의 m 개 영역에 종속적인 Indicator함수이다. 이 함수의 불연속적인 특성 때문에 통계적 추론이 STAR모형보다 더욱 복잡해지지만 연속적인 전이함수를 가정하는 STAR모형의 특수한 형태로 다루어진다. 그리고 STAR모형을 설정할 때 이용되는 선형성 검정도 SETAR모형에 대해 적용이 가능하다. 엄격히 말하면 STAR모형의 설정오류 검정은 SETAR모형에 대해 타당하지는 않을 것이나 Eitrheim and Teräsvirta [9]에서 지적한 것처럼 적절하게 수정을 하면 받아들일 만한 검정력을 갖는다. SETAR모형의 장점은 이산적인 몇 개의 영역을 가지고 비선형성에 대해 이론적으로 논하는 것이 가능하다는 점이다. 예를 들어, '확장'과 '수축'이라는 상태 사이를 단순히 이동하는 경계를 논한다고 하자. 이 때 선형 모형보다는 비선형 모형인 SETAR모형을 가지고 GNP의 비선형성을 모형화하는 작업이 자연스러

을 것이다. 실제로 경기의 상태가 연속적이기 때문에 몇 개의 이산적 경기상태만 존재한다는 가정은 비현실적이지만 경기순환의 특정한 상태 특성만 분석하고자 할 때는 일반적인 SETAR모형을 몇 개의 영역을 갖는 모형으로 단순화하여 이용하는 것이 더욱 유용할 것이며, 영역이 변경되는 시점 또는 임계모수를 추정하는 것도 흥미로울 것이다.

MSAR모형은 또 다른 인기 있는 비선형 시계열모형이다. 식 (1)에서 Indicator 함수를 0과 1의 상태값을 얻을 수 있는 미관찰 이산적 확률변수로서 ε_t 에 독립적인 상태변수 s_t 로 대체하면 다음과 같이 가장 단순한 2개 영역의 MSAR모형이 된다.

$$y_t = \pi_0 + \sum_{i=1}^k \pi_i y_{t-i} + (\pi'_0 + \sum_{i=1}^k \pi'_i y_{t-i}) \cdot \mu(s_t) + \varepsilon_t \quad (18)$$

$\mu(s_t)$ 는 2개의 상태값 — 예를 들면, 0과 1 — 을 얻을 수 있는 상태변수 s_t 의 함수이다. 이 MSAR모형에서 2개의 영역을 2^{m+1} 개 영역으로 확장하여 정리하면 다음과 같은 MSIAR(Markov Switching Intercept Autoregressive)모형이 된다.

$$y_t = \mu(s_t) + \sum_{i=1}^k \phi_i \{y_{t-i} - \mu(s_{t-i})\} + \varepsilon_t \quad (19)$$

이 모형에서 비선형성은 상태를 나타내는 항과 과거 시차항들의 선형결합으로 표현된다. MSAR 또는 MSIAR 모형은 선형성의 귀무가설하에서 인식되지 않는 점에서는 STAR모형과 유사하다. 그러나 $m+1$ 영역을 갖는 모형에 대해 m 영역을 갖는 모형을 검정하는 절차⁸⁾가 STAR모형의 경우보다 복잡하고 표준적이지 못하다는데 문제가 있다.

MSAR모형과 SETAR 또는 STAR 모형의 영역변경 형태는 아주 다르다. MSAR모형에서 영역변경 확률 — 예를 들어, 침체에서 확장으로 변경될 확률 — 은 미관찰 상태변수 s_t 의 함수이며 시간에 걸쳐 일정하다. 그러나 SETAR 또는

8) $m=1$ 일 때의 검정은 대립가설이 MSAR모형이고 귀무가설이 선형 모형이라는 점에서 STAR모형 설정절차의 한 과정인 선형성 검정과 유사하다.

STAR모형에서는 이러한 확률이 임계변수 또는 전이변수의 함수이며 시간에 걸쳐 일정하지 않다. 특히 시계열의 동태적 행태를 모형화하려 할 때 이러한 개념적 차이는 매우 중요하다. 물론 MSAR모형에서 영역변경 확률을 연속적이고 관찰 가능한 변수로 가정함으로써 MSAR모형을 일반화하는 것이 가능하나 그러한 경우에도 SETAR 또는 STAR 모형이 선호될 것이다. 예외적으로 MSAR 모형은 적합한 변환변수나 임계 또는 전이 변수를 탐색하지 못하였을 때와 이러한 변수가 존재한다고 하더라도 연속적이라고 가정하기가 불가능할 때 가장 유용할 것이다.

V. STAR모형을 이용한 연구

경제학에서는 STAR모형은 크게 두 가지 분야에서 응용되어 왔다. 하나는 경기변동론 분야에서 경기순환의 비선형성 또는 비대칭성의 특징을 분석하는데 이용되었고, 다른 하나는 국제금융론 분야에서 환율 움직임의 비선형성 또는 환율조정의 비대칭성을 설명하는데 이용되었다. 최근에는 실업률과 교역조건에서 관찰되는 비선형적인 행태를 분석하는 데도 STAR모형의 응용이 시도되고 있다. 아마 임금과 물가가 경직적이라고 할 때 임금과 가격의 조정과정이 필립스 곡선의 이동 상황에 따라 나타나는 임금과 가격의 조정과정도 이 STAR모형으로 분석이 가능할 것이다. 여기에서는 지금까지 활발하게 응용된 앞의 두 분야에서 STAR모형을 이용한 연구들을 고찰할 것이다.

1. 경기순환의 비선형성/비대칭성

경기순환변동에서 비선형적 행태는 경제학에서 오래된 주제이다. Mitchell [27]과 Keynes [19]는 1900년대 초반에 이미 경기순환의 비대칭성이나 확장기보다 더 심한 수축기의 변동성과 수축기간보다 더 오래 지속되는 확장기간 등을

논하였다. 선형 모형은 대칭적인 경기순환변동만을 분석할 수 있기 때문에 이러한 비대칭적인 경기순환 메커니즘을 설명하기 위해서는 비선형 모형이 필요하다. 또한 경기순환이 근본적으로 비선형이라면 선형 모형에 근거한 경기순환이론들은 부적절한 것으로 폐기되어야 할 것이고 선형 모형을 이용한 예측은 비선형 모형을 이용한 예측을 능가하지는 못할 것이다.

STAR모형은 전통적으로 경기순환의 특성을 모형화하기 위해 고안되었고, 모형의 설정, 추정, 평가 등 STAR모형을 이용하여 연구하는 추론 절차가 Teräsvirta [39]에 의해 구축되었다. 특히 경기순환의 비선형성을 분석하기 위해 거시경제 시계열에 STAR모형을 적합시켜 응용하는 사례들이 많아졌다. 그 동안 경기순환특성에 대한 많은 경험적인 연구들에서는 '경기수축기의 변화율이 경기확장기의 변화율보다 더 큰 경향이 있다' 또는 '수축이 확장보다 가파르고 지속기간이 짧다'는 정형화된 사실들이 확인되었다. 그리고 이러한 정형화된 사실들을 다시 한 번 확인하거나 국면에 종속적이거나 비대칭적인 행태를 분석하기 위해 여러 실증모형들이 개발되었는데, 그 중에서도 확률함수에 의해 영역변경을 설명하려는 MSAR모형과 과거값의 함수에 의해 영역변경을 설명하려는 SETAR모형 또는 STAR모형이 있다. 세 모형의 차이는 MASR모형이나 SETAR모형에서는 경제가 수축이나 확장 중 어느 하나의 특정 영역에 있어야 하는데 반해 STAR모형에서는 경제가 수축과 확장의 중간 상태에 있을 가능성도 포함한다는 점이다.

1) 표준적인 STAR모형의 응용

경기순환의 비선형성/비대칭성을 분석하기 위해 경제 시계열에 STAR모형을 적용시킨 최초의 연구는 Teräsvirta and Anderson [41]일 것이다. 그들은 생산, 고용과 같은 경기순환을 나타내는 여러 시계열이 비선형이라는 기존의 연구결과를 근거로 이러한 시계열에 STAR모형을 적용하여 비선형 행태를 분석하였다. 그들이 사용한 시계열은 13개 국가와 유럽의 분기별 자연대수 생산지수이며, 선형성 검정결과에 따르면 대부분 시계열에서 비선형 행태가 존재하는 것으로 나타났다. 추정된 STAR모형에 따르면 비선형성은 주로 원유가 충격과 같은 (-)의 큰 충격에 기인하는 것으로 나타났다. 그들은 2영역 변경 모형을 이용하

여 분기별 전후 미국 GNP의 1차차분 계열을 모형화하려는 시도들이 대부분 선형성 검정을 생략하였다고 비판하고 모형 설정 전에 항상 선형성을 검정하는 STAR모형을 선호하였다. 예외적으로 Tiao and Tsay [42]가 TAR모형을 대립가설로 설정하여 선형성을 검정하는 방법을 선택하였고, 2영역의 TAR모형을 성공적으로 구축하였으나 이 모형은 경제에 두 상태만 있을 수 있다는 가정에서 출발한다는 단점이 있다. STAR모형을 이용하면 경기순환의 2개의 상이한 국면에 해당하는 2개 영역을 설정할 수 있고, 극단적인 영역 사이에 연속적인 상태가 있는 것처럼 이들 영역간의 부드러운 이동을 표현할 수 있으므로 Tiao and Tsay [42]가 사용한 2영역 TAR모형은 STAR모형의 특별한 경우로 취급될 수 있다. Teräsvirta and Anderson [41]의 연구결과에 따르면 유사한 모습을 보이고 있는 OECD국가들의 산업생산 증가율에서 수축기의 동태적 움직임이 확장기와는 다른 것으로 나타났으며, 특히 미국의 경기순환의 경우에는 깊은 침체로부터의 회복이 강하고 속도가 빨라 비선형 모형에 의해 잘 설명되는 반면 수축으로 되돌아가는 대응 메커니즘이 없다는 점에서 경기순환이 비대칭적임을 확인하였다. 후자의 경우는 깊은 위축이 외부적인 충격에 기인하며 산업생산의 빠른 회복을 위해서는 침체에 특별한 조치가 취해져야 한다는 것을 의미한다. 상대적으로 짧은 분석대상기간(1960~1986년의 분기별 자료)에서 큰 충격에 해당하는 것이 1차와 2차 원유가 쇼크이기 때문에 이러한 결론은 이 시기에 특징하게 나타난 결과라고—다른 말로 표현하면 시간 의존적이라고—할 수도 있으나 많은 국가들에서도 산업생산의 외생적 충격에 대한 반응이 유사하다는 점에서 이러한 비대칭적인 경기순환의 행태에 대한 증거는 유효하다.

Teräsvirta [39]도 STAR모형의 설정, 추정, 평가하는 통계적인 추론 절차를 제시한 후, 이 절차를 실제 시계열자료에 적용하였다. 그 중에서도 1961년부터 1986년까지 서독의 분기별 산업생산지수 시계열자료를 분석하여 경기회복이 경기침체보다 더 오래 지속되는 경향이 있음을 다시 한 번 확인하였다. 즉, 시계열자료로부터 추정된 STAR모형에서 하위영역에서의 특성다항식의 근이 폭발적이고(모듈이 1.04, 기간이 9.2) 상위영역에서의 근은 정상적인(모듈이 0.9, 기간이 18.2) 것으로 나타났다. 이는 독일의 산업생산이 스태그네이션에 돌입하면 빠르게 침체할 것이고 반대로 회복은 수축보다 더 오래 지속될 것임을 시사하

며, 큰 쇼크가 없는 한 침체로부터 벗어나는 것보다 침체로 이동하는 것이 더욱 느린 전형적인 경기순환의 비대칭성을 의미한다.

다른 한편으로 Teräsvirta [40]는 1889년부터 1987년까지의 미국 일인당 GNP에 STAR모형을 적용하여 이 시계열의 비선형성을 연구하였다. 미국 GNP 자료의 경우 차분계열 분산분석, 자기상관분석, 스펙트럴 분석 등의 기존의 연구에서 대공황 및 전쟁기간과 나머지 기간의 자료생성 메커니즘이 다른 것으로 판명되었다. Hamilton [16], Potter [33], Tiao and Tsay [42] 등은 이러한 구조적 변화 같이 보이는 미국 GNP의 특성을 마코프 영역변경모형이나 TAR모형으로 분석하려 하였다. 이에 반해 Teräsvirta [40]는 GNP계열이 비선형일 가능성을 검토한 후 STAR모형을 적용하여 비선형성의 특성을 살펴보고 기존의 시계열 분석방법과 비교하였다. 분석결과를 살펴보면 큰 충격이나 동일한 방향의 연속 충격이 발생할 때—예를 들면, 대공황의 시작, 2차 세계대전 발발 전후의 자본 유출입과 종전후의 정부소비 감소 등—미국경제는 안정적인 영역에서 벗어나는 것으로 나타났으며, 이러한 충격은 나머지 기간의 순환과는 다른 순환적 움직임을 초래하는 것으로 나타났다. 그러나 이러한 충격은 불안정한 경제가 안정적인 영역으로 다시 돌아오면 사라지는 것으로 나타났다. 다른 모형과의 비교에서는 선형 모형보다는 STAR모형이 1930년대부터 1940년대까지에 두드러진 경기침체를 잘 설명하는 것으로 나타났다. 또한 그는 GNP 시계열에서 추세를 제거한 계열이 비선형이고 STAR모형이 잘 적합된다는 점에서 추세 정상성에 대한 단위근 가설검정의 선형 방정식이 옳게 설정된 것이 아니며 선형 모형에 기초한 영구적·일시적 충격의 전통적 분류도 의미가 없음을 주장하였다.

Skalin and Teräsvirta [37]는 스웨덴의 9개 거시경제 시계열 중 7개에 대해 STAR모형을 추정하여 비선형 특성을 분석하였다. 그들은 Englund, Persson and Svensson [12]가 스펙트럴 분석을 통해 도출해 낸 3~8년의 경기순환을 인정하면서도 개별 시계열에 대해서는 STAR모형에 의한 분석을 통해 경기순환변동이 일정하지 않음을 확인하였다. 즉, STAR모형을 적용하여 분석한 7개의 시계열 중 일부 시계열에서는 순환변동이 잘 나타나지 않았으며, 다른 시계열에서는 전형적인 순환변동의 비대칭성이 나타났다. 다른 한편으로 그들은 시계열이 비선형 속성을 가지고 있기 때문에 평활전이회귀(STR)에 기초한 그랜저 비인과성

검정을 개발하여 시계열간 인과성을 검정하였다. 검정결과로 보면 고용과 생산성은 다른 거시경제 시계열과 강하게 연결되어 있는 것으로 나타났다. 그리고 경기를 주도하는 변수로는 산업생산이 그럴듯해 보이지만 그런 증거를 발견하지는 못하였다. 또한 외국무역에 종속적인 소규모 개방경제인 점에서 수출과 수입이 다른 변수를 인과하는 것으로 나타났다. 이 연구에서 이들은 STAR모형이 연구도구로서 선형 모형에 유용한 대안임을, 즉 STAR모형은 장기적인 거시경제 시계열의 특성을 분석하는데 적합한 모형임을 확인하였다.

2) 표준적인 STAR모형의 확장

Oh [28]는 기존의 단변량 STAR모형 대신에 2변량 STAR모형을 사용하여 성장과 인플레이션 간의 비선형성을 모형화하였다. 그에 따르면 경기수축과 확장국면의 영역은 과거 성장률과 인플레이션율에 의존하며, 영역이동 메커니즘은 성장과 인플레이션이라는 2변량 STAR모형에 의해 설명될 수 있다. 인플레이션과 경제성장 간의 관계는 1960년대에는 소수 의견이지만 양(+)의 관계이었으나 1980년대에는 음(-)의 전형적인 상충관계를 나타내었다. 이에 따라 성장과 인플레이션 간 상충관계—자세히 표현한다면 자본축적, 생산증가와 같은 경제활동과 인플레이션 간의 역관계—는 이론적으로 그리고 실증적으로 다양하게 논의되었고, 횡단면분석 및 패널회귀로부터 실증적 증거들이 제시되었다. 그러나 이러한 결과들은 회귀모형의 설정이나 국가간의 표본기간에 민감하다. 최근의 연구에서 인플레이션과 경제활동 간의 비선형 관계, 즉 성장에 대한 인플레이션 충격의 효과는 인플레이션이 어떤 영역—높은 영역 또는 낮은 영역 아니면 중간 영역—에 있느냐에 따라 다르며, 영역분류의 기준이 되는 임계값에 종속됨을 밝히고 있다. 이러한 점에 착안하여 Oh [28]는 상이한 인플레이션 영역에 걸쳐 동태적인 성장 행태를 보여줄 수 있는 STAR모형을 선택하였다. 그는 인플레이션과 성장의 비선형 관계를 탐색할 수 있도록 하기 위해 기존의 단변량 STAR모형을 2변량 STAR모형으로 확대하여 적용하였다. 성장과 인플레이션의 이러한 2변량 STAR모형은 성장이나 인플레이션의 영역에 따라 다르게 나타나는 경제적 행태를 분석 가능하게 하고 영역간의 전이메커니즘도 다룰 수 있

게 한다. 또한 비선형 충격반응분석을 통해 성장률에 대한 실질충격과 인플레이션율에 대한 명목충격의 정책효과를 도출할 수 있는 장점이 있다. 25개 국가의 산업생산 증가율과 인플레이션율에 대한 분기별 자료, 40개국의 연간 패널자료를 이용한 Oh [28]의 연구결과에 따르면 성장률과 인플레이션율 간의 관계는 모든 나라에서 비선형인 것으로 확인되었으며, 성장충격은 성장률에 양(+)의 영향을 주고 인플레이션 충격은 음(-)의 영향을 주는 것으로 나타났다. 이는 정책 결정자가 경제를 촉진시키기 위해서는 긴축 통화정책을 채택하여야 함을 시사하는 것이다. 인플레이션의 성장에 대한 영향은 나라마다 그리고 인플레이션의 영역마다 다른 것으로 나타났다. 그리고 성장과 인플레이션 간의 역관계는 인플레이션율이 상승함에 따라 약화되었고, 일부국가 — 예를 들어, 아르헨티나, 브라질, 영국, 미국 등 — 의 경우 인플레이션 충격은 수축기와 확장기 모두에서 성장에 양(-)의 효과를 주는 것으로 나타났다. 이는 인플레이션이 낮은 영역에서 높은 영역으로 이동할 때 평균성장률은 하락할 것임을 시사하는 것이다.

Öcal and Osborn [29]은 표준적인 STAR모형을 2개의 가산적 평활전이속성을 갖는 비선형 STAR모형으로 확장한 후 이를 이용하여 영국 소비지출과 산업생산에서의 경기순환 특성을 분석하였다. 그들은 소비에는 수축과 확장이라는 2개의 경기순환영역이 있지만, 산업생산에는 수축, 정상성장, 고성장이라는 3개의 영역이 존재함을 확인하였고, 특히 수축기간에는 2개의 전이를 가진 STAR모형이 다른 모형에 비해 예측력이 우위에 있음을 강조하였다. 그들은 경기순환영역을 전통적인 접근방법처럼 수축과 확장의 2개 영역으로 설정하는 것 대신 수축과 낮은 성장의 회복 및 빠른 성장의 확장이라는 3개 영역으로 설정하였다. 이러한 3개의 경기순환영역 설정은 Boldin [4], Emery and Koenig [10], Sichel [35], Pesaran and Potter [30]에 의해 검증되었다. Öcal and Osborn은 경기순환영역이 이와 같이 3개의 영역이라면 2개의 전이함수를 갖는 STAR모형으로 경기순환의 다양한 동태적 행태를 모형화할 수 있다는 점에 착안하였다. 특히 소비지출에 대한 STAR모형의 추정에서는 단일 전이함수를 사용하였을 경우 전이모수(γ)가 매우 크게 추정되었으나 2개의 전이함수를 사용하였을 경우에는 2개의 전이모수가 모두 안정적으로 추정되었다. 추정된 모형을 살펴보면 소비지출의 경우에는 수축과 확장이라는 2개의 영역과 이상치에 해당하는 극단 영역

이 도출되었다. 그리고 확장영역에 해당하는 전이모수($\gamma_2 = 0.165$)가 수축영역에 해당하는 전이모수($\gamma_1 = 1.495$)보다 훨씬 작게 추정되어 확장영역의 범위가 더욱 넓게 나타났으며, 이러한 사실은 '확장기간이 수축기간보다 긴' 전형화된 사실과 일치하는 것이다. 산업생산의 경우에는 수축과 확장이라는 전형적인 영역과 고도성장 및 이상치에 해당하는 극단적인 영역이 도출되었다. Öcal and Osborn은 전자 중 확장영역을 안정성장영역으로 그리고 후자 중 고도성장을 극단적인 이상치라기보다는 정상적인 고도성장영역으로 해석하였다. 영국을 예로 들면 수축영역의 임계치는 -1.1% , 안정성장영역의 경우 0.8% , 고도성장영역의 경우 2.5% 인 것으로 나타났다. Öcal and Osborn은 이 모형에서 내생적으로 발생하는 영역이동을 분석하기 위해 소비지출과 산업생산에 대해 수축기와 확장기에 각각 양(+)과 음(-)의 충격을 주어 충격반응함수를 도출하였다. 추정된 모형의 동태적 반응은 수축기와 확장기가 매우 다른 전형적인 비대칭적 경로를 나타냈으며, 수축기의 경우가 확장기의 경우보다 반응폭이 더 큰 것으로 나타났다. 그러나 양(+)과 음(-) 충격의 경우에는 상대적으로 대칭적인 경로를 보였다. 이는 이 모형들이 비선형적이면서도 국지적으로는 선형적임을 의미한다. 또한 충격의 효과가 약 1년 후에는 크게 줄어드는 반응을 보여 이 모형들이 안정적으로 나타났다. 이 모형들의 예측능력을 단일 전이변수를 갖는 STAR모형과 선형 AR모형과 비교하여 보면 이 모형들이 수축기의 예측에 있어서 다른 모형에 비해 우수한 것으로 나타났다.

2. 환율의 비선형 행태

이렇게 경기순환의 비선형성과 비대칭성을 밝히기 위해 응용된 STAR모형은 최근 환율연구에도 적용되었다. Michael, Nobay and Peel [26]은 거래비용이 존재할 때에 발생하는 환율의 비선형 조정과정에 주목하고 이러한 비선형 특성을 STAR모형으로 모형화하고자 하였다. 최근의 환율에 대한 연구에서는 실질환율이 평균으로 회귀한다거나 구매력평가(PPP)가 장기적으로는 성립한다는 사실을 실증하려는 시도들이 많아졌다. 대부분 연구들은 여러 환율제도에 걸쳐 시계열

을 연장하거나 시계열의 구간을 분리하여 기존의 검증방법을 적용하였다. 그러나 이들의 연구에서는 기존의 선형 관계에 기초한 방법론을 벗어나 비선형 관계에 대한 가정에서부터 출발한다. Dumas [8]는 공간적으로 분리된 시장에서 거래비용이 발생하게 되고 이로 인해 환율은 균형환율로부터 일정기간에 걸쳐 이탈하게 됨은 물론 이탈이 심할 경우 조정속도가 변하면서 균형환율로 다시 복귀하는 전형적인 비선형 행태를 분석하였다.

Michael, Nobay and Peel [26]은 실질환율에 STAR모형을 적용시켜 분석함으로써 이러한 Dumas [8]의 연구를 확인하였다. 그들은 PPP로부터의 이탈이 비선형 조정과정을 따른다는 전제하에 양차 세계대전 사이의 기간에 대한 영국, 미국, 프랑스, 독일의 월별자료와 2세기에 걸친 연간자료를 이용하여 STAR모형을 구축하였다. 그들은 구축된 STAR모형에서 작은 이탈이 발생할 경우 실질환율은 임의보행 행태를 보이거나 큰 이탈이 발생하였을 경우는 빠른 조정을 보이고 있음을 확인하였고, 장기적인 시물레이션에서는 유일한 균형점으로 수렴하여 모형이 전체적으로 안정적임을 실증하였다. 또한 그들은 실질환율이 대칭적으로 변동함을 확인하고 이것을 PPP로부터의 이탈이 평균으로 되돌아가는 강한 증거로 제시하였다.

Sarantis [34]는 Hsieh [18], De Grauwe *et al.* [5], Drunat *et al.* [7] 등의 연구에서 전개된 환율의 비선형성에 대한 단순한 실증에 그치지 않고 STAR모형을 이용하여 비선형 행태를 분석하였다. 그의 분석대상은 1980년 1월부터 1996년 4월까지 단위당 노동비용(1990=100)으로 측정된 G-10 국가의 실질실효환율이다. 미국 달러환율은 장기순환을 보이다가 1990년대 들어 단기변동을 나타내고 있고, 일본 엔과 독일 마르크 환율은 상향 표류를 그리고 영국 파운드와 프랑스 프랑은 하향 표류를 보이는 가운데 순환적인 움직임을 보이고 있으며, G-10 중 다른 국가들의 환율에서도 유사한 패턴이 관찰되고 있다. 이러한 현상을 기존의 연구에서는 시장참가자들의 상이한 기대와 투자목적, 상호 정보교류, 제도적인 제약, 자산의 재구성 등으로 설명하려 한데 반해, Sarantis [34]는 상향 또는 하향 표류를 하는 가운데 순환적인 행태를 보이는 현상이 실질환율에 내재적인 비선형 특성에서 발생한 것으로 인식하였다. 그의 연구결과에 따르면 네덜란드 길더화와 스위스 프랑화를 제외한 8개국의 환율에서 비선형 특성이 발견

되었고, 대부분 평가절상과 평가절하의 영역이동이 느린 가운데 5~6개월의 순환적인 움직임을 보이는 것으로 나타났다. 특히 벨기에 프랑화와 이탈리아 리라화의 경우 강한 비대칭적 행태를, 캐나다 달러화와 프랑스 프랑화의 경우 비대칭에 가까운 행태를 나타내었다. Sarantis [34]는 이러한 동태적 특성과 STAR모형의 유의적인 추정모수들이 장기시계열자료에서 나타나는 실질환율의 큰 변동이나 구매력평가(PPP)로의 완만한 수렴과 조화를 이루는 것으로 평가하고 있다.

한성신·민경삼 [3]의 연구에서는 소비자물가 및 생산자물가로 각각 평가된 원/달러실질환율, 원/엔실질환율, 실질실효원화환율을 대상으로 비선형성 검정을 실시하였으며, 6개의 실질환율 모두가 비선형성을 기각하여 실질원화환율의 조정과정이 비선형적임을 확인하였다. 그리고 이들은 추정된 STAR모형을 이용해 비선형 충격반응을 실시하여 원화환율의 조정과정이 평가절하 또는 평가절상의 방향에 따라 그리고 충격의 크기에 따라 비대칭적임을 확인하였다.

VI. 평가와 연구방향

이론적 고찰과 앞의 실증적 연구들을 종합하여 나름대로 STAR모형을 평가하고 이와 관련한 향후 연구방향을 요약하면 다음과 같다.

첫째, 경제의 국면전환 — 예를 들면, 경기의 확장과 수축, 원화의 평가절하와 평가절상의 영역전환 — 은 사후적으로 보면 어느 한 시점의 신호만으로 인식되는 것처럼 보인다. 이 STAR모형에서도 전이변수 y_{t-d} 의 관점에서 보면 d 시점 신호에 의해 영역전환이 감지되고 있다. 그러나 현실적으로는 어느 한 시점의 신호만으로 인식되는 것이 아니고 오히려 누적된 신호에 의해 영역전환이 작동될 것이다. 예를 들면, 경기의 호황국면에 진입하는 경제에서는 우선 전초적인 신호로서 거시경제변수들이 다소 진동하다가 상승하는 움직임을 보인 후 본격적인 호황국면 신호가 나타날 것이다. 따라서 y_{t-d} 자체보다는 y_{t-d} 의 누적변수를 전이변수로 가정하는 것이 타당할 것이다. 이런 모형을 설정할 경우에 모형의 추정에는 비모수 추정방법이 요구될 수도 있을 것이다.

둘째, 임계치 c 는 통계학적으로 보면 적합성의 판단 기준으로 유용하게 사용될 수 있으나 경제학적인 의미를 부여하는데 다소 어려움이 있다. 왜냐하면 모형을 설정하는데 사용된 시계열의 특성에 따라 이 임계치 c 는 다른 의미를 갖기 때문이다. 예를 들면, $I(0)$ 인 시계열의 경우에는 2개의 다른 균형이 존재한다는 가정하에 한 균형에서 다른 균형으로 이동하는 경계선으로 이해할 수 있다. $I(1)$ 인 시계열의 경우에는 차분에 의해 $I(0)$ 로 전환한 후 이를 모형에 이용하기 때문에 임계치 c 가 증가율로 추정된다. 이 때 증가율이 $c\%$ 증가하는 경우와 증가하지 않는 경우의 영역을 경제학적으로 해석해야 하며, 또한 영역의 구분점이 왜 $c\%$ 가 되어야 하는지에 대한 설명도 필요하다. 보통은 임계치 c 가 상태변수 또는 기타 경제변수의 함수관계로 나타날 것이므로 상수가 아닌 내생변수의 성격을 가질 것이다. 이러한 경우가 아니라면 임계치 c 는 0으로 제약되어야 할 것이다. $I(2)$ 이상의 시계열의 경우에는 계속적인 차분에 의해 시계열을 $I(0)$ 로 전환하여야 하기 때문에 임계치 c 는 경제학적 해석이 거의 불가능하다. 이것은 이 STAR모형의 문제가 아니고 경제가 안고 있는 근본적인 문제이다.

셋째, STAR모형은 공적분 방정식과 연계하여 오차수정모형의 하나로 설정할 수 있을 것이다. 예를 들면, 환율의 경우 Michael, Nobay and Peel [26]에서 제시된 것처럼 다음과 같이 PPP로부터 편차를 나타내는 오차항과 이 오차항의 STAR모형 설정을 들 수 있다.

$$\begin{cases} E_t = \beta_0 + \beta_1 P_t^* + \beta_2 P_t + y_t \\ y_t = \pi_0 + \sum_{i=1}^d \pi_i y_{t-i} + (\pi'_0 + \sum_{i=1}^d \pi'_i y_{t-i}) \times \\ \quad \{1 - \exp[-\gamma(y_{t-d} - c)^2]\} + \varepsilon_t \end{cases} \quad (20)$$

이러한 경우 임계치 c 는 0으로 제약될 수 있으며, 경제적 의미를 쉽게 부여할 수 있을 것이다. 이 모형구조에서는 환율의 움직임에서 비대칭성 존재여부를 직접 검증할 수는 없으나 임계치 c 가 0이 아닌 것으로 추정되면 간접적으로 비대칭성을 갖는 것으로 평가할 수 있다. 그리고 이 오차수정모형의 한 형태인 STAR모형이 유의적으로 추정되면 PPP로부터 이탈이 발생할 때 그 조정속도가

PPP로부터의 이탈 정도에 따라 어떻게 변하게 되는가를 비선형 충격반응을 통해 관찰할 수 있을 것이다.

VII. 결 론

비선형 시계열을 분석하는 방법은 여러 가지가 있는데 그 중 하나가 STAR모형을 이용한 분석이다. STAR모형에 대한 연구는 시계열의 비선형성 검정, 전이함수의 추정과 동태적 특성 분석을 포함한다. 이 논문에서는 STAR모형의 설정, 추정, 평가 기법과 이 모형을 이용하여 비선형 관계인 동태적 특성을 분석하는 방법을 설명하였다. 그리고 STAR모형을 응용하여 경기순환변동과 환율의 비선형성/비대칭성을 분석한 연구들을 살펴보았다.

STAR모형을 이용한 시계열 분석의 장점을 나열하면 다음과 같다.

첫째, 시계열의 선형성 검정이 STAR모형의 설정절차의 한 부분으로 되어 있기 때문에 별도의 시계열의 선형성/비선형성 검정을 할 필요가 없다. 시계열을 분석하기 전에 미리 선형 또는 비선형 모형을 가정하지 않기 때문에 가성 회귀의 위험성이 적어진다.

둘째, 데이터에 적합시킬 구체적인 STAR모형이 로지스틱 형태인지 아니면 지수 형태인지를 자료의 특성에 따라 선택할 수 있다. 즉, 비선형성의 유형이 모형의 탐색과정에서 파악되어 그 유형에 맞는 모형을 설정할 수 있다.

셋째, 비선형 관계의 동태적 특성을 분석하는 방법들이 제시되어 있다는 점이다. 기존의 비선형 모형은 전개되는 비선형 관계 때문에 동태적 움직임을 파악하는데 어려움이 많았으나 STAR모형에서는 극단적인 영역에서의 특성근 분석과 비선형 충격반응분석을 통해 동태적이면서도 비선형적인 움직임을 분석할 수 있다.

최근에는 이러한 기본적인 STAR모형을 세 가지 측면에서 확장을 시도하고 있다. 첫째, 영역을 단순한 2개 영역에서 다수 영역으로 확대하고 있다. 기본적인 STAR모형에서는 영역이 2개를 초과할 수 없었다. 그러나 Öcal and Osborn은 가산적인 비선형 관계를 추가함으로써 3개의 영역을 도출하였으며, Oh [28]

는 2변량 2영역 모형을 구축함으로써 4개의 영역을 분석에 도입하였다. 기본적인 2영역을 세분함으로써 영역의 수를 m 개로 확대하면 기본적인 STAR모형은 m 영역을 갖는 MRSTAR(Multiple Regime STAR)모형이 된다. 둘째, 많은 시계열분석에서 분리하여 취급하고 있는 비선형성과 구조적 변화—불안정성을 일으키는 대표적인 원인—를 동시에 나타낼 수 있도록 모형을 개선하고 있다. 대표적인 것이 Lundbergh, Teräsvirta and Dijk [22]에서 제시된 MRSTAR모형의 특수한 형태인 TVSTAR(Time-Varing STAR)모형이다. 이 모형은 전이변수 중 하나가 시간에 종속된 것으로 가정한 경우이다. 셋째, STAR모형의 단변량 모형에서 벗어나 다변량 모형으로 관심을 돌리고 있다. Krolzig [21]과 Tsay [45]는 벡터 마코프 영역변경모형과 벡터 TAR모형을 고려하고 있으며, Oh [28]도 2변량 STAR모형을 이용하였다. Granger and Swanson [13]은 오차수정모형(ECM)에 비선형이나 비대칭적 조정과정을 허용하는 평활전이오차수정모형(STECM)을 제안하였다.

STAR모형은 이렇게 시계열을 분석하는 유용한 분석틀이고 최근에 다양한 방향으로 확대되고 있으나 STAR모형을 실증분석에 응용하는 데에는 몇 가지 단점이 있다. STAR모형은 비선형 움직임이 로지스틱 또는 지수 형태일 경우 그런 움직임을 잘 포착할 수 있으나 그렇지 못한 경우에는 다른 비선형 모형을 고려해야 할 것이다. 또한 다른 비선형 모형처럼 STAR모형의 모수를 추정하기가 쉽지 않다. 왜냐하면 비선형 모형에서는 최소화 조건을 만족하는 국지적인 해들이 많이 존재함은 물론 모형의 추정이 부여하는 모수의 초기치에 크게 의존하기 때문이다. 그리고 특성근 분석이나 비선형 충격반응분석 등의 동태적인 비선형 움직임을 분석하는 방법들이 있으나 다양하지 못하고 분석결과 해석도 쉽지 않다. 왜냐하면 비선형적인 특성으로 인해 모형을 이용한 시뮬레이션이 복잡하기 때문이다.

이러한 단점에도 불구하고 STAR모형은 기존의 선형 모형에 의해 분석되지 않는 시계열들에서 비선형 관계를 분석하는 또다른 모형으로 인식되고 있다. 원래 비선형 모형의 추정과 해석은 쉽지 않으나 STAR모형에 대한 일련의 모형 추정절차가 정립되어 있고 비선형 관계를 분석하는 방법들이 개발되고 있으므로 STAR모형을 응용하는 분야는 점점 많아질 것으로 기대된다.

▣ 참고 문헌 ▣

1. 민경삼, “실효환율의 추정과 행태분석”, 『통계분석연구』, 제4권 2호, 통계청, 1999, pp. 81~102.
2. 오승곤, “비선형 모형을 이용한 계량분석에 관한 연구”, 『산업경제』, 4월호, 산업은행, 1998.
3. 한성신·민경삼, “실질원화환율의 비선형 조정과정”, 『계량경제학보』, 제12권 3호, 2001, pp. 1~30.
4. Boldin, M. D., “A Check on the Robustness of Hamilton’s Markov Switching Model Approach to the Economic Analysis of the Business Cycle,” *Studies of Nonlinear Dynamics and Econometrics*, Vol. 1, 1996, pp. 35~46.
5. De Grauwe, P., Dewachter, H. and M. Embrechts, *Exchange Rate Theory: Chaotic Models of Foreign Exchange Markets*, New York: Blackwell, 1993.
6. Dijk, D, Teräsvirta, T. and P. H. Franses, “Smooth Transition Autoregressive Models: A Survey of Recent Developments,” *Working Paper Series in Economics and Finance*, No. 380, Stockholm School of Economics, 2001.
7. Drunat, J., Dufrenot, G., Dunis, C. and L. Mathiew, “Stochastic or Chaotic Dynamics in High Frequency Exchange Rate?” in C. Dunis(ed.), *Forecasting Financial Markets*, 1996.
8. Dumas, B., “Dynamic Equilibrium and the Real Exchange Rate in a Spatially Separated World,” *Review of Financial Studies*, Vol. 5, 1992, pp. 153~180.
9. Eitrheim, O. and T. Teräsvirta, “Testing the Adequacy of Smooth Transition Autoregressive Models,” *Journal of Econometrics*, Vol. 74, 1996, pp. 59~75.
10. Emery, K. M. and E. F. Koenig, “Forecasting Turning Points: Is a Two-state Characterization of the Business Cycle Appropriate?” *Economic Letters*, Vol. 39, 1992, pp. 431~435.
11. Engle, Robert F., “Autogressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation,” *Econometrica*, Vol. 50, 1982, pp. 987~1007.

12. Englund, P., Persson, T. and L. E. O. Svensson, "Swedish Business Cycles : 1861~1988," *Journal of Monetary Economics*, Vol. 30, 1992, pp. 343~371.
13. Granger, C. W. J. and N. R. Swanson, "Future Developments in the Study of Cointegrated Variables," *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, Vol. 58, 1996, pp. 537~553.
14. Granger, C. W. J. and T. Teräsvirta, *Modelling Non-linear Economic Relationships*, Oxford University Press, 1993.
15. Haggan, V. and T. Ozaki, "Modelling Nonlinear Random Vibrations Using an Amplitude-Dependent Autoregressive Time Series Model," *Biometrika*, Vol. 68, 1981, pp. 189~196.
16. Hamilton, J., "A New Approach to the Economic Analysis of Non-Stationary Time Series and the Business Cycle," *Econometrica*, Vol. 57, 1989, pp. 357~384.
17. Han, Sung-Shin and Seoung Hwan, Suh, "Exchange Rate Pass-Through and J-Curve: An Analysis of the Korean Case," *Journal of Policy Modeling*, Vol. 18, 1996, pp. 69~86.
18. Hsieh, D. A., "Testing for Nonlinear Dependence in Foreign Exchange Rates," *Journal of Business*, Vol. 62, 1989, pp. 339~368.
19. Keynes, J. M., *The General Theory of Employment, Interest and Money*, London : Macmillan, 1936.
20. Koop, G., Pesaran, M. H. and S. M. Potter, "Impulse Analysis in Nonlinear Multivariate Models," *Journal of Econometrics*, Vol. 74, 1996, pp. 119~147.
21. Krolzig, H. M., "Markov-Switching Vector Autoregressions-Modelling Statistical Inference and Applications to Business Cycle Analysis," *Lecture Notes in Economics and Mathematics* 454, 1997.
22. Lundbergh, S., Teräsvirta T. and D. van Dijk, "Time-Varying Smooth Transition Autoregressive Models," *Working Papers Series in Economics and Finance*, No. 376, Stockholm School of Economics, 2000.
23. Luukkonen, R., Saikkonen, P. and T. Teräsvirta, "Testing Linearity Against Smooth Transition Autoregressive Models," *Biometrika*, Vol. 75, 1988, pp. 491~499.

24. Mark, N. C., "Real and Nominal Exchange Rates in the Long Run: An Empirical Investigation," *Journal of International Economics*, Vol. 28, 1990, pp. 115~136.
25. McLeod, A. I. and W. K. Li, "Diagnostic Checking ARMA Time Series Models Using Squared-Residual Autocorrelations," *Journal of Time Series Analysis*, Vol. 4, 1983, pp. 269~273.
26. Michael, P., Nobay, A. R. and D. A. Peel, "Transactions Costs and Nonlinear Adjustment in Real Exchange Rates: An Empirical Investigation," *Journal of Political Economy*, Vol. 105, 1997, pp. 862~879.
27. Mitchell, W. C., *Business Cycles: The Problem and Its Setting*, New York : NBER, 1927.
28. Oh, S., "Essays on the Relationship between Growth and Inflation: An International Perspective," Ph.D. Dissertation, Texas A&M University, 1997.
29. Öcal, N. and D. R. Osborn, "Business Cycle Non-Linearities in UK Consumption and Production," Discussion Papers No. 9701, *School of Economic Studies*, University of Manchester, 1998.
30. Persson, A. and T. Teräsvirta, "The Net Barter Terms of Trade: A Smooth Transition Approach," *Working Paper Series in Economics and Finance*, No. 335, Stockholm School of Economics, 1999.
31. Pesaran, M. H. and S. M. Potter, "A Floor and Ceiling Model of US Output," *Journal of Economic Dynamics and Control*, Vol. 21, 1997, pp. 691~695.
32. Phillips, P. C. B. and P. Perron, "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, Vol. 75, 1988, pp. 335~346.
33. Potter, S. M., "A Nonlinear Approach to US GNP," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 10, 1995, pp. 109~125.
34. Sarantis, N., "Modeling Non-Linearities in Real Effective Rates," *Journal of International Money and Finance*, Vol. 18, 1999, pp. 27~45.
35. Sichel, D. E., "Inventories and the Three Phases of the Business Cycle," *Journal of Business and Economic Statistics*, Vol. 12, 1994, pp. 269~277.
36. Skalin, J. and T. Teräsvirta, "Another Look at Swedish Business Cycles, 1861~

- 1988," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 14, 1994, pp. 359~378.
37. _____, "Modelling Asymmetries and Moving Equilibria in Unemployment Rates," *Working Paper Series in Economics and Finance*, No. 262, Stockholm School of Economics, 1999.
38. Taylor, Mark P., "The Economics of Exchange Rates," *Journal of Economic Literature*, Vol. XXXIII, 1995, pp. 13~47.
39. Teräsvirta, T., "Specification, Estimation, and Evaluation of Smooth Transition Autoregressive Models," *Journal of the American Statistical Association*, Vol. 89, 1994, pp. 208~218.
40. _____, "Modelling Nonlinearity in U.S. Gross National Product 1889~1987," *Empirical Economics*, Vol. 20, 1995, pp. 577~597.
41. _____ and H. M. Anderson, "Characterizing Nonlinearities in Business Cycles Using Smooth Transition Autoregressive Models," *Journal of Applied Econometrics*, Vol. 7, 1992, pp. 119~136.
42. Tiao, G. C. and R. C. Tsay, Some Advances in Nonlinear and Adaptive Modelling in Time-series Analysis, University of Chicago Graduate School of Business and Statistics Research Center, Technical Report No. 118, 1991.
43. _____, "Some Advances in Nonlinear and Adaptive Modelling in Time-series," *Journal of Forecasting*, Vol. 13, 1994, pp. 109~140.
44. Tong, H., *Non-Linear Time Series: A Dynamical System Approach*, New York: Oxford University Press, 1990.
45. Tsay, R. S., "Nonlinearity Tests for Time Series," *Biometrika*, Vol. 73, 1998, pp. 461~466.