

## KOSPI 200에서의 분산의 변동점

박상언 · 김유리

---

본 논문에서는 분산 변동점을 검정하는 데 기존에 연구된 두 가지 검정방법을 소개하고 이들의 단점을 극복한 새로운 방법을 제시한다. 즉, 기존의 방법들은 장기적인 관점에서의 변동점을 찾아 내고 있으나 자료가 추가됨에 따라 변동점이 달라질 수 있는 불변성을 갖추지 못하고 있다. 여기에 제시된 새로운 검정방법은 불변성을 갖추고는 있으나 계산시간이 많이 소요된다는 단점이 있기는 하지만 컴퓨터의 계산환경이 발전됨에 따라 이러한 단점은 어느 정도 극복될 수 있다. 기존의 방법들과 새로운 방법을 simulation을 통하여 비교하였고 또한 선물지수인 KOSPI200의 과거 5년간의 실제자료에 적용하여 변동점의 시점을 비교하였다.

---

### I. 서 론

본 논문은 시간에 따라 존재하는 자료에서 분산이 변동하는 시점의 위치를 파악하는 연구이다. 특히 금융 분야에서는 예측시에 분산의 변동점을 알아 내는 문제는 매우 중요하다. 많은 모형에 있어 해당자산의 가격변동에 대한 분산을 필요로 하고, 따라서 이를 과거 자료로부터 추정하게 된다. 하지만 얼마만큼의 과거자료를 사용할 것인가를 결정하는 것은 어려운 문제이다. 즉, 많은 자료를 사용하는 것이 좋으나 분산이 시점에 따라 변동하게 되므로 너무 오래된 자료는 현재의 분산에 필요한 정보를 주지 못하기 때문이다. 따라서, 막연히 최근 일정기간(예를 들어, 90~180일)의 자료를 사용하는 것은 그 기간 동안에 분산이 변하였을 수도 있으므로 합리적이지 못하다. 그러므로 주어진 기간 동안 분산의 변동점이 있었는지를 살펴보는 것이 우선적인 문제라고 할 수 있다.

---

연세대학교 응용통계학과, 서울시 서대문구 신촌동 134, 120-749. Division of Statistics, University of California at Davis, Davis, CA. 95616-8705, U.S.A.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ 이 모수가  $(\mu_1, \sigma_1^2), (\mu_2, \sigma_2^2), \dots, (\mu_n, \sigma_n^2)$ 인 정규분포로부터 추출된 독립적인 확률변수들이라고 하자. 검정하고자 하는 가설은 다음과 같다.

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \dots = \sigma_n^2 = \sigma^2 \text{ (이 때 } \sigma^2 \text{의 값은 모른다)}$$

$$H_1: \sigma_1^2 = \dots = \sigma_{k_1}^2 \neq \sigma_{k_1+1}^2 = \dots = \sigma_{k_2}^2 \neq \dots \neq \sigma_{k_q+1}^2 = \dots = \sigma_n^2$$

이 때  $q$ 는 알지 못하는 변동점의 개수이고  $1 \leq k_1 < k_2 < \dots < k_q < n$ 는 위치를 모르는 변동시점이다. 이러한 정규분포에서 평균의 변화에 대한 검정과 추정은 Chernoff-Zacks [3], Gardner [4], Hawkins [5], Worsley [18] 등과 같은 사람들에 의해 많은 연구가 이루어졌지만, 분산의 변화에 대한 연구는 계산상의 복잡함 때문에 중요성에 비해 많이 이루어지지 않았다. 본 논문에서는 기존의 변동점 검정방법들 중 Inclan-Tiao [13]가 연구한 누적합 방법(Cumulative Sums of Squares method)의 절차와 Chen-Gupta [2]의 방법을 개선한 새로운 방법, 즉 혼합방법을 제안한다.

## II. 분산 변동점을 찾기 위한 통계량과 절차

### 1. 누적합 방법

누적합 방법은 브라운(Brown), 더빈(Durbin) 그리고 에반스(Evans)가 제안한 표준화시킨 누적합을 기초로 한다.  $\{a_t\}$ 가 평균이 0이고 분산이  $\sigma_t^2, t=1, 2, \dots, T$ 인 독립적인 확률변수열일 때,  $C_k = \sum_{t=0}^k a_t^2$ 을 누적 제곱합이라고 하자. 그러면  $D_k = C_k/C_T - k/T, k=1, \dots, T$ 는 표준화시킨 누적 제곱합이며 귀무가설이 사실일 때  $D_0 = D_T = 0$ 이므로  $\sqrt{T/2} D_k$ 는 브라우니안 브리지(Brownian Bridge) 또는 조건부 브라우니안 모션(Conditional Brownian Motion)을 근사적으로 따르게 된다. 변동점을 찾는 절차는 다음과 같고 이 때  $a[t_1:t_2]$ 는  $a_t, a_{t+1}, \dots, a_{t_2}, t_1 < t_2$ 열을 의미하며,  $D_k(a[t_1, t_2])$ 는 누적합을 구한 범위를 나타낸다. 그리고  $M(t_1:t_2) = \max_{t_1 \leq k \leq t_2} \sqrt{(t_2 - t_1 + 1)/2} |D_k(a[t_1:t_2])|$ 이라고 하자.

A)  $t_1 = 1$ .

B)  $D_k(a[t_1:T])$ 의 값을 계산하고 최대가 구해진 지점을  $k^*(a[t_1:T])$ 라고 한다. 만약  $M(t_1:T) > D^*$  라면 시점  $k^*(a[t_1:T])$ 에서 변동점이 있다고 보고 C1로 간다.  $M(t_1:T) < D^*$  라면 분산이 동일하다고 생각하고 변동점을 찾는 모든

절차를 끝낸다.

- C1)  $t_2 = k^*(a[t_1:T])$ 라고 하고  $D_k(a[t_1:t_2])$ 을 계산한다.  $M(t_1:t_2) > D^*$  라면  $t_2$ 보다 작은 새로운 변동점을 찾은 것이고 이를 다시  $t_2$ 로 놓고  $M(t_1:t_2) < D^*$  일 때까지 C1을 반복한다. 더 이상의 새로운 변동점이 발견되지 않을 때 주어진 자료열에서 첫 변동점,  $k_{first} = t_2$ 가 된다.
- C2) B에서 찾은 첫 변동점 이후부터 자료열의 끝까지에 대해 위의 절차와 비슷하게 변동점을 찾는다. 즉, 여기서는  $t_1 = k^*(a[t_1:T]) + 1$ 이라고 하고  $t_1$ 보다 큰 새로운 변동점이 발견되면 이를  $t_1$ 이라 놓고 새로운 변동점을 발견할 수 없을 때까지 반복한다. 이 때 마지막 변동시점인  $k_{last}$ 는  $t_1 - 1$ 이 된다.
- C3) 만약  $k_{first} = k_{last}$ 라면 변동점이 한 개 존재한다. 그리고 절차는 여기서 끝난다.  $k_{first} < k_{last}$ 일 때는 이 두 값을 간직하고 자료열의 나머지 중간부분에 대해 C1과 C2를 실시한다. 즉,  $t_1 = k_{first} + 1$ 이고,  $T = k_{last}$ 이다.
- D) 두 개 이상의 변동점이 있을 때 각 시점을 크기 순서대로 정렬한다. 지금까지 발견한 변동점의 개수를  $\widehat{N}_T$ 라고 한다.  $k$ 를 변동점들의 벡터라고 하고 두 극단점을  $k_0 = 0$ 과  $k_{N_T+1} = T$ 로 정한다.  $D_k(a[k_{j-1} + 1: k_{j+1}])$ ,  $j = 1, \dots, \widehat{N}_T$ 을 계산하므로  $k_j$ 가 실제 변동점인지를 검사한다.  $M(k_{j-1} + 1: k_{j+1}) > D^*$ 일 때는 변동점  $k_j$ 를 간직하고 그렇지 않을 때는 변동점  $k_j$ 를 버린다. 변동점의 개수에 변화가 없고 새롭게 발견된 변동점이 그 전 반복에서 발견된 변동점들과 충분히 가까울 때까지  $D$ 를 반복한다. 가깝다는 기준은 발견된 변동점이 그 전 반복에서의 변동점과의 차이가 두 시점 이내일 때이다.

## 2. 첸-굽타 방법

첸-굽타 방법(Chen & Gupta method)의 통계량은 슈바르츠 정보 판단 기준(Schwarz information criterion, [15])을 바탕으로 하고 있다. 모평균  $\mu$ 를 아는 경우의 귀무가설과 대립가설 하에서의 SIC는 각각 다음과 같다.

$$SIC(n) = n \log 2\pi + n \log \hat{\sigma}^2 + n + \log n$$

$$SIC(k) = n \log 2\pi + k \log \hat{\sigma}_1^2 + (n - k) \log \hat{\sigma}_n^2 + n + 2 \log n$$

이 때,  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$ ,  $\hat{\sigma}_1^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2$ ,  $\hat{\sigma}_n^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=k+1}^n (x_i - \mu)^2$ 이다.

모평균  $\mu$ 를 모르는 경우의  $SIC$ 는 다음과 같다.

$$SIC(n) = n \log 2\pi + n \log \hat{\sigma}^2 + n + 2 \log n$$

$$SIC(k) = n \log 2\pi + k \log \hat{\sigma}_1^2 + (n - k) \log \hat{\sigma}_n^2 + n + 3 \log n$$

이 때  $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$ ,  $\hat{\mu} = \bar{x}$  이다. 즉,  $\sigma^2$ ,  $\mu$ 의 최우추정량들이다.  $SIC(k)$ 의 경우에는 다음과 같은 세 개의 식을 반복적으로 풀어서  $\hat{\mu}$ ,  $\hat{\sigma}_1^2$ ,  $\hat{\sigma}_n^2$ 의 최우추정량들을 구한다.

$$\sigma_n^2 \sum_{i=1}^k (x_i - \mu) - \sigma_1^2 \sum_{i=k+1}^n (x_i - \mu) = 0$$

$$\sigma_1^2 = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k (x_i - \mu)^2$$

$$\sigma_n^2 = \frac{1}{n-k} \sum_{i=k+1}^n (x_i - \mu)^2$$

따라서,  $SIC(n) < \min_{2 \leq k \leq n-2} SIC(k) + c_\alpha$  일 때  $H_0$ 을 채택하고 이 때 임계치  $c_\alpha$ 는 다음과 같다.

$$c_\alpha = \left\{ -\frac{1}{a(\log n)} \log \log [1 - \alpha + \exp(-2 \exp^{b(\log n)})]^{-1/2} + \frac{b(\log n)}{a(\log n)} \right\}^2 - \log n \quad (2.1)$$

첸-굽타 방법에서 사용하고 있는 절차는 변동점의 개수와 위치를 동시에 검정하며 계산 시간이 적게 걸리는 이진 분할 절차를 사용한다.

- A) 자료 전체에서 하나의 변동점을 찾는다. 변동점이 발견되지 않으면 변동점이 없다는 귀무가설을 택하고 이 절차를 끝낸다.
- B) 찾은 변동점을 기준으로 전체 자료를 둘로 나눈다. 나눈 자료 각각에 대하여 A를 실시한다.
- C) 변동점이 더 이상 발견되지 않을 때까지 A, B를 반복한다.

### 3. 단 점

위에서 소개한 두 방법은 검정하는 시점인  $k$ 시점을 중심으로 자료의 처음 부분부터  $k$ 시점까지의 분산과  $k+1$ 시점에서 자료열 끝까지의 분산을 비교하게 된다.

이 때  $k$ 시점 이후에 변동점이 한 개 이상 존재할 경우,  $k$ 시점까지의 분산과 비교되는  $k+1$ 시점 이후의 분산에는 변동 이전의 분산과 변동 이후의 분산이 모두 포함된다. 그러므로  $k$ 시점에서 분산이 변동하는지 여부를 정확히 검정할 수 없다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 혼합방법을 소개한다.

### Ⅲ. 혼합방법

혼합방법에서는 첸-굽타 방법에서 사용하는  $SIC$  통계량을 개선하고 누적합 방법의 절차에서 변동점 여부를 재확인하는 부분을 참고하여 개선된 통계량과 절차를 제안한다. 첸-굽타 방법과 누적합 방법과는 달리 자료열의 끝시점을 달리해서 각 경우에 대하여 분산을 계산하여 변동점 이후의 분산이 비교 시점의 앞부분과 비교되는 분산에 포함되는 단점을 보완하였다. 혼합방법에서 사용하는 통계량은 첸-굽타 방법에서 사용하는  $SIC$ 와 동일하다. 그러나  $k$ 시점의 뒷부분 전체의 분산을  $k$ 시점까지의 분산과 비교하는 첸-굽타 방법과는 달리 혼합방법에서는  $k$ 시점의 변동점 여부를 검정할 때  $m > k$ 인 각  $m$ 시점에 대하여  $SIC$ 를 계산하여  $SIC(k)$ 와  $SIC(m)$ 의 차이를 최대로 만드는  $m$ 시점을 자료의 끝점으로 선택하고, 그 때의  $SIC(m) - SIC(k)$ 값을  $k$ 시점에 배당한다. 각 시점에 대하여 이렇게 해서 계산된  $SIC(m) - SIC(k)$ 들을 비교해서 가장 큰 값을 가질 때의 값을 주어진 임계치  $c_\alpha$ 와 비교하여  $k$ 시점의 변동점 여부를 판단한다. 즉, 다음 식과 같다.

$$\max_{1 < k < m} \max_{1 < m < n} (SIC(m) - SIC(k)) > c_\alpha$$

위의 식은 귀무가설을 기각하고  $k$ 시점을 변동점으로 한다. 기본적으로는 첸-굽타 방법에서의 이진 분할 절차, 즉 변동점을 기준으로 해서 자료열을 자르는 것을 따르고 있으나 누적합 방법에서 변동점을 재확인하는 절차를 사용한다. 절차를 구체적으로 설명하면 다음과 같다.

- A)  $\max_{1 < k < m} (SIC(m) - SIC(k))$ 과 그것의  $p$ 값을 각  $m$ 에 대하여 계산한다.
- B) 최소  $p$ 값을 갖는  $k$ 시점을 찾는다. 만약 최소  $p$ 값이 0.05보다 작으면  $k$ 시점을 변동점이라고 생각한다. 이와는 반대로 최소  $p$ 값이 0.05보다 크면 귀무가설을 택하여 변동점이 존재하지 않는다고 판단한다.

- C) 이진 분할 절차와 동일하게 자료를 둘로 나누고 A와 B를 실시한다. 변동점을 발견하지 못하면 하나의 변동점이 존재한다고 본다.
- D) 누적합 방법에서의 절차와 같이  $k_p$ 시점의 변동점을  $(x_{k_{p-1}}, \dots, x_{k_{p+1}})$ 에서 검사한다.
- E) 변동점들에 변화가 생기지 않을 때까지 앞의 절차들을 반복한다.

#### IV. 모의실험

위에서 언급했던 세 가지 방법을 비교하기 위하여 분산의 변동점이 한 개인 경우와 두 개인 경우에 대하여 각각 통계 패키지(S-plus)를 사용하여 모의실험을 실시하였다.

##### 1. 변동점이 한 개인 경우

첸-굽타 방법과 혼합방법만을 비교하였다. 분산의 크기가 작았다가 커지는 경우와 반대로 컸다가 작아지는 경우를 실험하였다. 이 때 각 경우에 분산의 차이를 두 분산의 비율인  $\Delta$ 로 나타내었다. 즉,  $\Delta = \sigma_2/\sigma_1$ 이다. 또한, 변동점의 위치를 50개의 시

〈표 1〉 분산 변동점이 한 개인 경우의 모의실험 결과

	변동위치(총 50시점)	Chen & Gupta	혼합방법
$\Delta = 4 (1:4)$	9 : 41	0.498	0.478
	25 : 25	0.541	0.537
	41 : 9	0.533	0.530
$\Delta = 9 (1:9)$	9 : 41	0.739	0.733
	25 : 25	0.743	0.747
	41 : 9	0.736	0.740
$\Delta = 0.25 (4:1)$	9 : 41	0.523	0.514
	25 : 25	0.532	0.529
	41 : 9	0.481	0.443
$\Delta = 0.11 (9:1)$	9 : 41	0.782	0.780
	25 : 25	0.771	0.771
	41 : 9	0.760	0.760

점 중에서 자료열의 앞부분, 중앙, 그리고 끝부분에 위치할 때를 각각 1,000번씩 모의실험을 하였다. 1,000번의 모의실험 중 변동점을 맞게 지적한 퍼센트를 나타냈다.

변동점이 하나인 경우에는 첸-굽타 방법이나 혼합방법이 별 차이가 없다는 것을 알 수 있다.

## 2. 변동점이 두 개인 경우

변동점이 두 개인 경우의 실험을 크게 세 가지로 나눌 수 있다. 첫 번째 경우는 분산이 작다가 커졌다가 다시 작아지는 경우, 즉  $\Delta_1 > 1$ 이고  $\Delta_2 < 1$ 인 경우이며, 두 번째 경우는 첫 번째와는 반대로  $\Delta_1 < 1$ 이고  $\Delta_2 > 1$ 인 경우이다. 각각의 경우에 대하여 변동점들간의 길이를 다르게 하여 실험하였다. 즉, 변동점들간의 길이가 동일한 경우와 자료열의 처음부터 첫 변동점까지의 길이가 변동점들 사이의 길이의 두 배가 되는 경우와 자료열의 처음부터 첫 변동점까지의 길이와 두 번째 변동점에서 자료열 마지막까지의 길이가 변동점들 사이의 길이의 두 배가 되는 세 가지 경우이다. 세 번째 경우에는 변동점들간의 길이는 동일하게 하고 분산의 크기가 계속 증가하거나 계속 감소하는 경우로 하였다. 즉,  $\Delta_1 \cdot \Delta_2 > 1$  또는  $\Delta_1 \cdot \Delta_2 < 1$ 의 경우이다. 각 경우에 10,000번의 모의실험을 하여서 각 변동점을 맞게 지적한 횟수를 다음과 같이 나타내었다(첫 번째 숫자는 첫 변동점을 알맞게 지적한 횟수이고, 두 번째 숫자는 두 번째 변동점을 알맞게 지적한 횟수이다).

결과를 살펴보면 분산이 단조 증가하고 단조 감소할 때를 제외하고는(고덕글자 부분) 혼합방법이 나머지 두 방법보다 우수함을 알 수 있다. 분산이 계속적으로 증가하거나 감소하는 경우에는 혼합방법이 첸-굽타 방법과는 비슷한 결과를 보이고 누적합 방법보다는 다소 떨어지는 결과를 보인다. 변동점들간의 길이가 달라짐에

〈표 2〉 분산 변동점이 두 개인 경우의 모의실험 결과

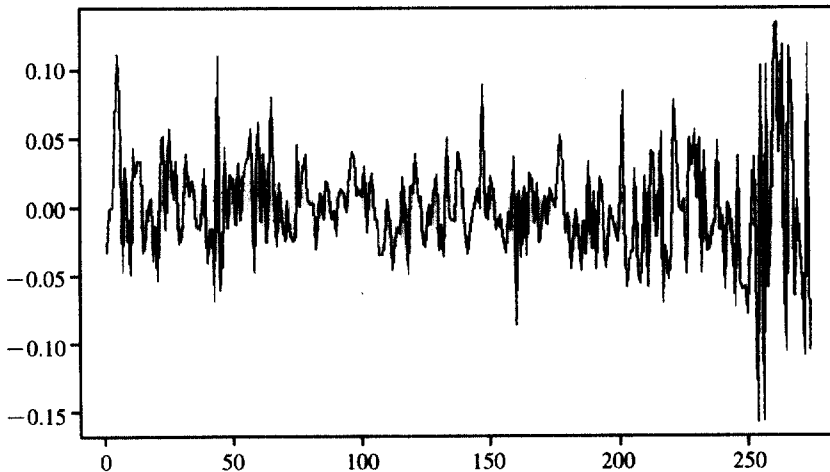
$\Delta$	변동위치	Chen & Gupta		Cusum		혼합방법	
$\Delta_1 = 4, \Delta_2 = 0.25$	10 : 10 : 10	2968	2968	1466	1868	3934	3790
	20 : 10 : 20	4191	4367	4502	4974	4906	5047
	10 : 20 : 10	4061	4112	506	717	4441	4381
$\Delta_1 = 0.25, \Delta_2 = 4$	10 : 10 : 10	129	114	1290	1141	3924	3427
	20 : 10 : 20	35	35	509	499	4425	4192
	10 : 20 : 10	987	1022	4006	3889	4949	4883
$\Delta_1 = 3, \Delta_2 = 3$	10 : 10 : 10	2076	1945	2068	2190	1977	1994
$\Delta_1 = 0.33, \Delta_2 = 0.33$	10 : 10 : 10	1803	2046	2764	2295	1800	1986

따라 누적합 방법과 첸-굽타 방법은 옳게 지적한 횡수에 많은 차이가 있음을 알 수 있다. 그러나 혼합방법은 변동점들간의 길이에 영향을 받지 않는 결과를 보여 준다. 혼합방법이 모든 경우에 있어서 비교적 높은 지적 횡수를 보이면서도 변동점의 위치에 영향을 받지 않는다.

### V. 실제 데이터에의 적용 : 우리 나라의 최근 5년간의 KOSPI 200 분석

앞에서 언급한 통계량들을 실제 데이터에 적용하였다. 1992년 9월 19일부터 1998년 4월 18일까지의 KOSPI 200을 분석하였다. 매주 토요일의 종가를 이용하였고, 총 274개의 시점이다. 수익률은 다음과 같이,  $R_t = (P_{t+1} - P_t) / P_t$ 으로 구하였고, 이 때  $P_t$ 는  $t$ 시점에서의 주가를 의미한다.  $\{R_t\}$ 는 평균이 0이고 독립적인 정규확률변수 열이다. 이 기간 동안의 KOSPI 200의 수익률을 그림으로 나타내면 <그림 1>과 같다.

<그림 1> KOSPI 200 자료의 수익률 그림



첸-굽타 방법은 변동점을 하나만 찾았다. 이에 비하여 누적합 방법과 혼합방법은 두 개의 변동점을 더 찾았다. 각 시점과 그 때에 일어났던 사건들은 <표 3>과 같다.

이들 그림을 통해 살펴보면 지수가 불안정적이다가 65번째 시점에서 안정됨을 볼 수 있다. 이 때 정부가 증시진정대책을 발표하여 증시가 안정되었다. 무장간첩



〈표 3〉 변동점 시점에 일어난 사건

	변동점	변동점	사 건
Chen & Gupta	244	1997년 9월 6일	기아 4개사 화의신청
혼합방법	65	1994년 1월 22일	정부 증시진정대책 발표
	200	1996년 9월 21일	무장간첩 사건
	253	1997년 11월 8일	1달러 1,000원 첫 돌파 부실 금융사 강제 합병

사건이 일어나면서 국민들의 투자 심리가 위축되었고 증시가 다시 불안정해졌다. 우리 나라가 분단되었다는 특수 상황이 주가에 많은 영향을 끼친다. IMF가 터진 1997년 말부터는 주가가 아주 불안정적이 되었음을 알 수 있다. 또한, 1998년 3월 2일 주식 제한 폭이 상하 8%에서 12%로 확대되었는데 이는 일반적인 기대와는 달리 분산의 변동에 영향을 주지 못하고 있는 것으로 나타났다.

## VI. 결 론

지금까지 분산의 변동점을 찾는 두 가지 방법, 첸-굽타 방법과 누적합 방법을 설명하고 이를 개선하여 혼합방법을 제시하였다. 이 세 가지 방법의 성능을 비교하기 위하여 변동점이 한 개인 경우와 두 개인 경우를 분산 비율과 변동점 위치를 달리하여 모의실험을 실시하였다. 모의실험 결과 변동점이 한 개인 경우는 첸-굽타 방법과 혼합방법에는 별 차이가 없다는 것으로 나왔으나 변동점이 두 개인 경우에는 분산 비율에 따라 차이는 있지만 혼합방법이 나머지 두 방법보다 더 우수하고 변동점의 위치에 영향을 받지 않는 점이 발견되었다. 실제 데이터에 적용하였을 때에도 혼합방법이 나머지 두 방법보다 데이터의 변동에 더 민감하게 반응하는 것을 보았다. 그러나 혼합방법의 가장 큰 단점은 계산이 복잡하고 시간이 오래 걸린다는 것이다.

위의 방법을 과거 5년간의 KOSPI 200지수에 적용하였을 때 다음의 두 가지 최근의 특징이 나타났다. 먼저 장기적인 시점으로 볼 때 기아자동차의 화의신청 이후, 단기적인 시점에서는 환율이 심리적 저항선이었던 1,000원을 넘어선 후 지수의 불안정이 나타나고 있다. 또한, 1998년 3월 2일부터 개별주식의 상하변동폭이 과거 상하 8%에서 12%로 확대되었는데 일반인들의 생각과는 달리 이로 인한 지수의

급격한 변동은 나타나지 않고 있다.

분산이 일정하다고 가정할 때 분산의 추정치는 자료의 표본분산을 사용하게 된다. 하지만 앞에서 지적한 바와 같이 주어진 자료의 기간에 대해 분산이 일정하다는 가정은 현실성이 없다. 따라서, 분산이 시점에 의존하는 가정에 대해 최근 시점의 분산에 가중치를 두는 지수가중이동평균(EWMA), 극단치 추정(extreme value estimation) 또한 GARCH 모형 등 분산의 추정에 대한 많은 방법들이 연구되어 왔다. 이와는 달리 분산은 일정하나 어떠한 충격(또는, 충격의 해소)으로 일시적 또는 장기적으로 이전과 다른 일정한 분산을 가진다는 가정에 대해서는 최근 충격 이후의 자료를 분산의 추정에 사용하게 된다. 따라서, 본 논문의 결과는 이러한 경우 최근 충격의 시점을 알아내는 데 도움이 될 수 있다.

#### ◆ 참고 문헌 ◆

1. Billingsley, P., *Probability and Measure*, 3rd ed., John Wiley & Sons, 1995.
2. Chen, J. and A. Gupta, "Testing and Locating Variance Change-points with Application to Stock Prices," *Journal of the American Statistical Association*, 92, 1997, pp. 739 ~ 747.
3. Chernoff, H. and S. Zacks, "Estimating the Current Mean of a Normal Distribution Which is Subject to Changes in Time," *Annals of Math. Statist.*, 35, 1965, pp. 999 ~ 1018.
4. Gardner, L. A., "On Detecting Change in the Mean of Normal Variates," *Annals of Math. Statist.*, 40, 1969, pp. 116 ~ 126.
5. Hawkins, D. M., "Detecting Shifts in Functions of Multivariate Location and Covariance Parameters," *J. Statist. Planning and Inference*, 33, 1992, pp. 234 ~ 244.
6. Hida, T., *Brownian Motion*, Springer-Verlag, 1990.
7. Hinich, M. J. and R. Roll, "Measuring Nonstationarity in the Parameters of the Market Models," *Research in Finance*, 3, 1980, pp. 1 ~ 51.
8. Hobson, Art, *Physics Concepts and Connections*, Prentice Hall, 1995.
9. Hsu, D. A., "Detecting Shifts of Parameter in Gamma Sequences with Application to Stock Price and Air Traffic Flow Analysis," *Journal of the American*

- Statistical Association*, 74, 1979, pp. 31 ~ 40.
10. \_\_\_\_\_, Miller, R. B. and D. W. Wichern, "On the Stable Paretian Behavior of Stock-Market Prices," *Journal of the American Statistical Association*, 69, 1974, pp. 108 ~ 113.
  11. \_\_\_\_\_, "Changes of Variance in First-Order Time Series Models - With an Application," *Applied Statistics*, 25, 1976, pp. 248 ~ 256.
  12. Inclan, C., "Detection of Multiple Changes of Variance Using Posterior Odds," *Journal of Business & Economic Statistics*, 11, 1993, pp. 289 ~ 300.
  13. Inclan, C. and G. Tiao, "Use of Cumulative Sums of Squares for Retrospective Detection of Changes of Variance," *Journal of the American Statistical Association*, 89, 1994, pp. 913 ~ 923.
  14. Krishnaiah, P. R. and B. Q. Miao, "Review about Estimation of Change Points," *Handbook of Statistics*, 7, 1988, pp. 375 ~ 401.
  15. Schwarz, H., "Estimating The Dimension of A Model," *The Annals of Statistics*, 6, 1978, pp. 461 ~ 464.
  16. Sen, A. and M. S. Srivastava, "On Tests for Detecting Change in Mean," *The Annals of Statistics*, 3, 1975, pp. 98 ~ 108.
  17. Venables, W. N., *Modern Applied Statistics with S-Plus*, Springer-Verlag, New York, 1994.
  18. Worsley, K. J., "On the Likelihood Ratio Test for a Shift in Location of Normal Populations," *Journal of the American Statistical Association*, 74, 1979, pp. 365 ~ 367.