

실질환율의 추세 및 순환요인의 분해

金鎭玉 · 姜起春

본 연구는 1980년대 이후 한국의 관리변동환율제도하에서 對美 원화실질환율의 변동행태를 단일변수 시계열분석을 통하여 살펴보고있다. 同기간 동안 실질환율변동의 안정성 여부를 검정하기 위하여 단위근검정을 실시한 결과 단위근이 존재함으로써 실질환율의 변동이 불안정함을 알 수 있었다. 실질환율의 불안정을 초래하는 요인을 식별하며 실질환율의 장기지속성(구매력평가로부터의 장기적 이탈현상) 여부를 판단하기 위하여 지속성을 Campbell and Mankiw [7]의 ARIMA모형에 의한 방법과 Cochrane [11]의 분산비율에 의한 방법으로 추정하였다. 이들 방법에 의하면 실질환율의 구매력평가로부터의 편차가 일시적이 아니고 장기적으로 지속되어 한국경제에 있어서 구매력평가가 장기적으로 성립하지 않음을 알 수 있다. 한편, 실질환율을 Beveridge and Nelson [4]에 의한 방법과 상태공간모형에 의한 방법으로 영구적 요인과 일시적 요인으로 분해한 결과 실질환율의 변동이 일시적 요인보다는 영구적 요인에 의해 주도됨을 알 수 있다. 결론적으로 대미 원화실질환율의 변화는 통화공급조절과 같은 명목충격보다는 재정지출의 변화 또는 생산성 증대와 같은 실질충격에 의해 주도됨을 알 수 있다. 따라서, 정책당국의 입장에서 생산성 증대와 같은 실질충격의 통제가 어렵다면 실질환율의 안정을 위해서는 재정정책의 안정이 필수적이라고 할 수 있다.

I. 서 론

1973년 국제통화제도는 '브레튼우즈' 체제가 붕괴되면서 변동환율제도로 변천하게 되었다. 이에 따라 명목환율이 아주 불규칙하게 변동하게 되었고 동시에 실질환율도 불규칙적으로 움직여 구매력평가설로부터 심대한 이탈현상이 나타나게 되었다. 이러한 배경하에 실질환율의 변동행태를 규명하려는 연구가 국제금융이론의 중요한 연구

제주대학교 경제학과, 제주도 제주시 아라동 1번지.

과제 중의 하나로 부상하게 되었다.

실질환율의 불규칙성을 규명하려는 이론적 주장과 경험적 연구는 크게 두 가지로 대별된다. 먼저 불균형론적 환율결정모형(Dornbush [14])에 의하면 가격이 경직적인 단기에서 통화공급증대와 같은 명목충격은 명목환율을 상승시키고 동시에 실질환율을 상사(overshooting)시킨다는 것이다. 그러나, 장기적으로 양의 명목충격에 의한 물가상승은 실질환율을 원래의 균형수준으로 회귀하게 한다. Dornbush의 주장에 의하면 명목충격으로 인해 일단 실질환율의 상사가 일어나면 이러한 상사는 물가상승으로 인하여 점차 소멸하게 된다. 이것을 통계학적으로 설명하면 실질환율의 변화가 명목충격에 의해 주도될 경우 실질환율의 변화는 부(-)의 상관관계(negative correlation)를 보임을 의미한다. 실질환율이 장기적으로 균형실질환율로의 복귀(mean reverting behavior of the real exchange rate)는 Huizinga [22]와 Glen [16] 등에 의해 경험적으로 지지되고 있다. Kim and Enders [23]는 한국의 경우 통화충격과 같은 명목충격이 장기적으로 실질환율 변화에 중립적임을 벡터자기회귀모형을 이용하여 보여 주고 있다.

한편, 가격의 신축성을 주장하는 균형론적 환율결정모형(Stockman [33])에 의하면 통화충격과 같은 명목충격은 단기 또는 장기에 있어서 명목환율만 변화시킬 뿐 상대가격인 실질환율을 변화시킬 수 없다. 상대가격인 실질환율의 변화는 정부지출의 변화, 생산성 및 선호(preference)의 변화와 같은 실질충격에 의해 가능하다. 이러한 이론이 시사하는 바에 의하면 반복적으로 일어나는 실질충격이 실질환율의 불규칙성을 초래한다. 즉, 실질환율의 변화는 영구적 요인(permanent component)에 의해 주도된다.

실질환율의 변화에 있어서 영구적 요인, 즉 확률적 추세(stochastic trend)의 중요성은 실질환율이 단위근(unit root)을 갖거나 임의보행(random walk)과정을 한다는 많은 경험적 연구(Hakkio and Joines [18], Mark [25])들에 의해서 지지된다. 또한, 김정석 [1]과 김준일 [2]은 단위근 및 스펙트럼분석을 통하여 한국의 경우 실질환율의 변동이 불안정하며 충격이 장기적으로 지속적임을 밝히고 있다.

이상에서 살펴본 이론 및 경험적 연구들은 실질환율의 변화는 일시적 요인(transitory component) 및 영구적 요인(permanent component)에 의해 주도되며 이러한 충격들이 장기적으로 지속될 수 있음을 시사하고 있다.¹⁾

따라서, 본 연구에서는 1980년 이후의 관리변동환율제도하에서 대미 원화실질환율을 대상으로 충격의 장기지속성을 여러 가지 통계적 방법으로 추정하고 추정방법에 따

1) 단일변수모형을 이용하여 시계열의 영구적 요인 및 일시적 요인을 분해한 대표적인 연구는 Campbell and Mankiw [7], [8], [9], Cochrane [11], Watson [34], Clark [10] 등이 있고 다변수 시계열모형을 이용한 연구로는 Blanchard [5], Blanchard and Quah [6], Shapiro and Watson [31], King, et al [24] 등이 있다. 한편, Stock and Watson [32]은 추세 및 순환에 관한 연구의 진행과정 및 최근의 연구에 대해 자세히 설명하고 있다.

른 지속성의 크기를 비교해 보고자 한다. 또한, 실질환율을 영구적 요인과 일시적 요인으로 분해하여 각 요인의 상대적 중요성을 파악하고자 한다. 본 연구에서 사용된 자료는 1980년 1월부터 1994년 12월까지의 대미 원화실질환율(q_t)이다. 실질환율의 계산은 명목환율(e_t)을 미국의 도매물가지수(p_t^*)로 곱한 후 한국의 생산자물가지수(p_t)로 나누어 준다. 실증분석에 사용된 실질환율은 로그로 변환한 값을 의미한다.

본 논문은 다음과 같이 구성된다. 제 II 장에서는 실질환율의 통계적 특성을 살펴보고, 제 III 장에서는 지속성의 개념 및 측정방법에 대해 살펴본다. 제 IV 장에서는 실질환율을 이용하여 장기지속성의 정도를 추정해 보고 실질환율을 영구적 요인과 일시적 요인으로 분해한다. 마지막으로 제 V 장에서는 연구결과와 시사점을 논의하고 앞으로의 연구과제를 살펴보고 결론을 맺는다.

II. 통계적 특성

경제시계열의 여러 가지 요인 가운데 추세요인은 확정적 추세일 수도 있고 확률적 추세일 수도 있다.²⁾ Granger and Newbold [17] 이전까지는 모든 추세를 확정적 추세로만 이해하고 회귀분석으로 확정적 추세를 제거한 안정시계열을 분석에 이용하였다. 그러나, Granger and Newbold에 의해 지적되었듯이 어떤 시계열이 확률적 추세를 가졌음에도 불구하고 회귀분석방법으로 확정적 추세를 제거한 후 시계열을 사용하면 표본의 수가 증가함에 따라 상관관계가 없는 변수 사이에도 마치 강한 상관관계가 있는 것처럼 나타나는 가성회귀(spurious regression)의 문제가 발생하게 되어 잘못된 통계적 추론을 하게 된다. 한편, 어떤 시계열에 단위근이 존재한다는 것은 경제의 충격의 영향이 지속적인 것을 의미하므로 환율변동의 장기적 추세를 분석하기 위해서는 환율변수에 확률적 추세의 존재여부를 먼저 살펴보아야 한다.

어떤 경제시계열이 단위근(또는 확률적 추세)을 가지고 있는지를 검정하는 방법은 여러 가지가 있는데 여기서는 Dickey and Fuller [13] 및 Phillips and Perron [28]의 단위근 검정방법을 이용하였다. <표 1>은 1980년 이후의 대미 원화실질환율(q_t)에 대한 Augmented Dickey-Fuller(ADF)와 Phillips-Perron(PP)의 단위근 검정결과를 각각 나타내고 있는데 단위근이 존재한다는 귀무가설이 5% 유의수준하에서 기각되지 않는다.³⁾ 실

2) 확률적 추세를 가진 시계열을 단위근(unit root)을 가진 시계열이라고 한다.

3) 실질환율의 임의보행가설에 대해서는 상반된 연구결과들이 있다. Mishkin [26]은 실질환율의 임의보행가설을 지지하는 실증을 제시하고 있는 반면에 Cumby and Obstfeld [12]는 임의보행가설을 기각하고 있다. 최근의 연구로 김준일 [2]은 실질환율의 임의보행가설을 지지하는 결과를 제시하고 있다.

〈표 1〉 대미 원화실질환율의 단위근검정(1980. 1~1994. 12)

실질 환율	-2.41	-3.22	-3.46	-2.88	-2.57
-------	-------	-------	-------	-------	-------

- a. 위의 표에서 ADF 값은 회귀방정식 $\Delta q_t = \alpha + \gamma_1 q_{t-1} + \sum_{i=1}^4 \delta_i \Delta q_{t-i} + \varepsilon_t$ 에서 $\gamma_1 = 0$ 이라는 귀무가설에 대한 t -통계량을 나타낸다.
- b. 네 개의 시차가 PP검정에 이용되었다.
- c. 임계치는 Fuller [15]의 p. 373을 참고하면 된다.

실질환율이 통계적으로 불안정하다는 것은 실질환율의 변화에서 예측할 수 없는 부분이 존재하고 그 원인은 장기적인 추세요인 때문이라는 해석이 가능하다.

한편, 어떤 시계열에 단위근이 존재한다는 것의 경제적 의미는 어떤 시점에서 그 시계열에 충격이 가해졌을 때 그 충격의 효과가 시간이 경과함에 따라 소멸되지 않고 계속 시계열에 영향을 준다는 것이다. 물론 단위근이 없는 시계열에 충격이 주어지면 시간이 경과함에 따라 충격의 영향이 소멸된다. 그러나, 여기서 주목할 것은 Campbell and Mankiw [7]가 지적하였듯이 어떤 시계열에 단위근이 존재한다 하더라도 t 기의 충격이 항상 지속되는 것이 아니고 시간의 경과에 따라 소멸할 수도 있기 때문에 단위근 검정의 결과만을 가지고 충격의 지속성에 대해 결론을 내릴 수 없다.⁴⁾ 다시 말하면, 단위근을 가진 시계열은 임의보행에 따르는 불안정한 요인과 안정 요인의 합으로 나타내어지기 때문에 단위근 검정은 임의보행에 따르는 불안정한 요인을 가진 시계열과 그렇지 못한 시계열을 구분하고자 하는 것이라고 해석할 수 있다. 이러한 해석에 따를 경우 단위근검정만으로는 순수한 안정시계열과 아주 작은 불안정한 요인을 가진 안정시계열을 구분하기가 매우 어렵게 된다.⁵⁾ 따라서, 실질환율의 변동 중 임의보행과정에 의한 부분이 어느 정도의 비중을 차지하는가에 대한 추정이 중요한 의미를 띠게 된다.

III. 지속성의 개념 및 측정방법

지속성(persistence)이란 경제에 대한 어떤 교란(충격)의 효과가 장기간 계속되는 것을 말한다. 즉, 현재의 경제상태 및 그 변화가 미래에까지 계속적으로 영향을 주는 것을 말한다. 지속성의 측정방법에는 ARIMA모형을 이용하여 측정하는 방법, 비모수적

4) Schwert [30]는 만약 진정한 자료생성과정(data generating process)이 이동평균항을 포함하고 있다면(예: $q_t - q_{t-1} = \alpha + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1}$) 현재의 충격은 시간의 흐름에 관계 없이 $1 - \theta_1$ 으로 일정하기 때문에 단순히 단위근의 존재가 충격의 장기지속성을 보장해 주지 못한다고 주장하였다.

5) 이러한 이유로 단위근검정의 검정력(power of tests)이 약하다는 비판을 받고 있다.

으로 측정하는 방법 및 비관측인자(unobserved component)모형으로 측정하는 방법 등 크게 세 가지가 있다.⁶⁾

1. ARIMA모형을 이용한 방법

ARIMA모형을 이용하여 충격의 장기지속성을 측정하는 방법은 Campbell and Mankiw [7]에 의해 제안되었다. 먼저 Wold의 정리에 따르면 안정시계열인 실질환율 Δq_t 는 다음의 식 (1)과 같은 이동평균(moving average)모형으로 나타낼 수 있는데 식 (1)은 1차 차분된 변수의 확률변수 ε_t 에 대한 충격반응(impulse response)을 나타낸다.⁷⁾

$$\Delta q_t = A(L)\varepsilon_t \quad (1)$$

단, $A(L) = \alpha_0 + \alpha_1 L + \alpha_2 L^2 + \alpha_3 L^3 + \dots$ 은 시차연산자 다항식(lag operator polynomial)이고 $\alpha_0 = 1$ 이다.

한편, 식 (1)을 수준값에 대해 나타내면 식 (2)와 같은 이동평균모형이 되는데 식 (2)는 수준변수의 확률변수 ε_t 에 대한 충격반응을 나타낸다.

$$\begin{aligned} q_t &= (1 - L)^{-1} A(L)\varepsilon_t \\ &= B(L)\varepsilon_t \end{aligned} \quad (2)$$

단, $B(L) = \beta_0 + \beta_1 L + \beta_2 L^2 + \beta_3 L^3 + \dots$ 은 시차연산자 다항식이고 $\beta_0 = 1$ 이다.

이 때 수준변수와 차분변수의 충격반응계수간에는 다음의 식 (3)과 같은 관계가 성립한다.⁸⁾

6) Campbell and Mankiw [7]는 세 가지 방법에 대한 설명과 함께 여러 가지 모형을 이용하여 각 측정치를 비교하였다. 한편, 지속성이 측정되면 추세(영구적 요인) 및 순환(일시적 요인)의 상대적인 중요도가 측정된다.

7) 로그치로 나타난 q_t 가 단위근을 가지고 있는 불안정시계열일 경우 1차 차분시계열 Δq_t 는 안정시계열로서 전기대비 성장률을 나타내고 식 (1)에서 t 기에 발생한 충격이 $t+k$ 기 성장률에 미치는 영향의 크기가 α_k 이다.

8) 예를 들어, $\Delta q_t = \varepsilon_t + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}$ 의 ARIMA(0, 1, 2)모형이 있다고 하자. t 기에 발생한 충격이 $t+1$ 기 q_t 의 차분변수에 미치는 영향은 α_1 이다. 이 모형을 반복적인 대입에 의해 q_t 에 대해 나타내면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} q_t &= \varepsilon_t + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} + q_{t-1} \\ &= \varepsilon_t + \alpha_1 \varepsilon_{t-1} + \alpha_2 \varepsilon_{t-2} + \varepsilon_{t-1} + \alpha_1 \varepsilon_{t-2} + \alpha_2 \varepsilon_{t-3} + q_{t-2} \\ &= \varepsilon_t + (1 + \alpha_1)\varepsilon_{t-1} + (\alpha_1 + \alpha_2)\varepsilon_{t-2} + \alpha_2 \varepsilon_{t-3} + q_{t-2} \end{aligned}$$

여기서 t 기에 발생한 충격이 $t+1$ 기 q_t 의 수준값에 미치는 영향의 크기인 β_1 은 $1 + \alpha_1$ 가 된다. 따라서, t 기에 발생한 충격이 $t+k$ 기 q_t 의 수준값에 미치는 영향의 크기인 β_k 는 $1 + \alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_k$ 로 식 (1)에서 충격반응계수의 누적적인 합으로 나타나므로 β_k 를 누적충격반응(cumulative impulse response)계수라 한다.

$$\beta_i = \sum_{j=0}^i \alpha_j \quad (3)$$

지속성이란 충격이 미래의 오랜기간 동안 영향을 미치는 것을 의미하기 때문에 시점 i 에서 발생한 한 단위 충격(unit shock)이 q_t 의 수준값에 미치는 장기적인 영향은 $i \rightarrow \infty$ 의 경우이므로 이동평균모형에서 시차연산자 계수의 무한합인 $A(1)$ 이 충격의 장기적 영향을 나타낸다. 어떤 시계열이 임의보행과정에 따른다면 $A(1) = 1$ 이 되며 확정적 추세를 갖는 시계열이라면 $A(1) = 0$ 이 된다.

2. 비모수적 방법

비모수적 방법(nonparametric approach)은 앞에서 논의한 ARIMA 모형은 그 식별과정에서 모수절약의 원칙(parsimonious principle)에 따라 낮은 차수의 모형만을 사용하게 되므로 시계열의 장기적인 특성에 관한 정보를 누락시키는 문제가 발생할 수 있으며, 따라서 어느 모형이 진정 자료생성과정을 나타내는지를 결정하기가 쉽지 않다고 주장한 Cochrane [11]이 개발하였다. 그는 시계열에 있어 충격의 지속성 크기를 측정하기 위해서 서로 다른 길이의 차분시계열의 분산의 변화를 살펴볼 수 있도록 식 (4)와 같은 분산비율(variance ratio)을 정의하였다.

$$V_k = \frac{1}{k} \frac{\text{Var}(q_t - q_{t-k})}{\text{Var}(q_t - q_{t-1})} \quad (4)$$

만약 q_t 가 식 (5)와 같은 임의보행과정에 따른다면 $\text{Var}(q_t - q_{t-k})$ 는 $\text{Var}(q_t - q_{t-1})$ 의 k 배이므로 k 가 증가함에 따라 식 (4)에서 정의된 분산비율은 모든 k 에 대해 1이 된다. q_t 와 k 차 차분인 q_{t-k} 의 분산 $\text{Var}(q_t - q_{t-k})$ 는 $k\sigma^2$ 로서 시간 k 가 지남에 따라 그 분산이 계속 증가하게 된다.⁹⁾ 이와 같이 충격이 일어나 추세로부터 벗어나면 시간이 경과

9) 반복적인 대입에 의해 분산을 계산할 수 있다. 즉, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} q_t &= q_{t-1} + \varepsilon_t \\ &= \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + q_{t-2} \\ &\vdots \\ &= \varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2} + \dots + \varepsilon_{t-k} + q_{t-k-1} \end{aligned}$$

따라서, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Var}(q_t - q_{t-1}) &= \text{var}(\varepsilon_t) = \sigma^2 \\ \text{Var}(q_t - q_{t-2}) &= \text{var}(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1}) = 2\sigma^2 (\because \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = 0) \\ &\vdots \\ \text{Var}(q_t - q_{t-k}) &= \text{var}(\varepsilon_t + \varepsilon_{t-1} + \dots + \varepsilon_{t-k}) = k\sigma^2 (\because \text{Cov}(\varepsilon_{t-i}, \varepsilon_{t-j}) = 0 \text{ for } i \neq j) \end{aligned}$$

해도 추세로 복귀하지 않기 때문에 임의보행과정은 추세전도(trend perversion)를 한다고 하며, 또는 확률적인 추세(stochastic trend)를 가졌다고도 한다. 임의보행 확률과정을 따르는 시계열의 차분값은 안정시계열이 되므로 이를 차분안정(difference stationary)과정이라 한다.

한편, q_t 가 식 (6)과 같은 시간추세를 중심으로 움직이는 추세안정(trend stationary)과정이라면 $\text{Var}(q_t - q_{t-k})$ 는 $\text{Var}(q_t - q_{t-1})$ 와 같은 $2\sigma_\varepsilon^2$ 가 되기 때문에 식 (4)에서 정의된 분산비율은 0으로 접근해야 한다.¹⁰⁾ 이와 같이 충격이 일어나 추세로부터 벗어나면 시간이 경과함에 따라 원래의 추세로 복귀하기 때문에 추세안정(trend stationary)과정은 추세복귀(trend reversion)를 한다고 하며 또는 확정적인 추세(deterministic trend)를 가졌다고도 한다. 추세안정과정은 확정적 추세를 제거함으로써 안정시계열로 만들 수 있다. 그 밖에 분산비율이 0과 1 사이에 있으면 장시간이 흐른 뒤에 추세로 복귀하나 완전히 복귀하지 않음을 의미하고 분산비율이 1보다 크면 자체 발산하는 힘을 가지면서 계속적으로 발산하여 거품(bubble)현상을 가진다고 볼 수 있다.

$$q_t = q_{t-1} + \varepsilon_t; \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma_\varepsilon^2) \tag{5}$$

$$q_t = \alpha + \beta t + \varepsilon_t; \varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma_\varepsilon^2) \tag{6}$$

충격의 지속성을 실제자료를 이용하여 측정하기 위해서는 식 (4)에서 정의된 분산비율을 식 (7)과 같은 표본자기상관계수(sample autocorrelation coefficient)의 추정치를 사용하면 된다.¹¹⁾

$$\hat{V}_k = 1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} \left(\frac{k-j}{k} \right) \hat{\rho}_j \tag{7}$$

또한, Cochrane은 k 에 대한 극한분산비율은 식 (8)과 같이 나타내고 이것을 충격의 장기지속성을 측정하는 계수로 사용할 수 있다고 하였는데 식 (7)의 \hat{V}_k 는 표본크기와

10) k 차 차분에 의해 분산을 계산할 수 있다. 즉, 다음과 같다.

$$\begin{aligned} q_t &= \alpha + \beta t + \varepsilon_t \\ q_{t-1} &= \alpha + \beta(t-1) + \varepsilon_{t-1} \\ &\vdots \\ q_{t-k} &= \alpha + \beta(t-k) + \varepsilon_{t-k} \end{aligned}$$

따라서, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Var}(q_t - q_{t-1}) &= \alpha + \beta t + \varepsilon_t - \alpha - \beta(t-1) - \varepsilon_{t-1} = 2\sigma_\varepsilon^2 (\because \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}) = 0) \\ &\vdots \\ \text{Var}(q_t - q_{t-k}) &= \alpha + \beta t + \varepsilon_t - \alpha - \beta(t-k) - \varepsilon_{t-k} = 2\sigma_\varepsilon^2 (\because \text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-k}) = 0) \end{aligned}$$

11) 식 (7)의 유도과정은 Cochrane [11]의 부록 A를 참조하면 된다.

k 가 증가할 경우 V 에 대한 일치추정량이 된다.

$$V = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{V}_k = 1 + 2 \sum_{j=1}^{\infty} \hat{\rho}_j \quad (8)$$

3. 비관측인자모형을 이용한 방법

비관측인자모형(unobserved component model)을 이용한 방법은 시계열이 추세부분(영구적인 요인)과 순환부분(일시적인 요인)의 합으로 되어 있다고 가정하는데 이 두 요인은 모두 관측이 되지 않는다. 따라서, 관측이 되지 않는 두 요인을 식별하기 위해서는 제약이 가해져야 한다.

먼저 Beveridge and Nelson [4]의 분해방법이 있다. 이 방법은 분석대상이 되는 시계열자료에 대해 ARIMA모형을 추정한 후 추정된 모형을 이용하여 각 시점에서의 장기예측치(infinite horizon forecast)를 장기추세요인으로 정의한다. 이렇게 추정된 장기추세요인은 추세과정의 이론적인 체계상 임의보행과정에 따른다. 한편, 단기순환요인은 원래 시계열자료와 추정된 장기추세요인의 차이로 추정한다. 그들의 정리에 따르면 어떤 경제변수가 ARIMA모형으로 나타내어지면 그 변수는 반드시 임의보행과정을 따르는 확률적 추세와 안정적 부분의 합으로 나타낼 수 있다. 즉, 단위근을 가진 시계열 q_t 의 1차 차분인 $w_t = q_t - q_{t-1}$ 가 공분산안정(covariance stationary)이라고 하자. Wold 정리에 의해 w_t 는 식 (9)와 같이 선형 확정적(linearly deterministic) 제열과 순수 비확정적(purely nondeterministic) 제열의 합으로 나타낼 수 있다.

$$w_t = \mu + \sum_{j=0}^{\infty} \alpha_j \varepsilon_{t-j}, \quad a_0 \equiv 1 \quad (9)$$

단, μ 는 장기성장률이고 ε_t 는 평균이 0이고 분산이 σ^2 인 오차항이다. 여기서 q_t 가 추세부분(τ_t)과 순환부분(c_t)으로 분해된다고 가정하면 추세부분은 다음의 식 (10)과 같이 나타내진다.

$$\tau_t = q_t + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i\right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i\right) \varepsilon_{t-1} + \dots \quad (10)$$

위의 식이 추세요인임을 보이기 위하여 식 (10)의 τ_t 를 1차 차분하면 식 (11)이 된다.

$$\begin{aligned} \Delta \tau_t = & w_t + \left(\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i\right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i\right) \varepsilon_{t-1} + \dots - \alpha_1 \varepsilon_{t-1} \\ & - \left(\sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i\right) \varepsilon_{t-1} - \alpha_2 \varepsilon_{t-2} - \left(\sum_{i=3}^{\infty} \alpha_i\right) \varepsilon_{t-2} - \dots \quad (11) \end{aligned}$$

한편, 식 (9)를 이용하면 식 (11)은 식 (12)와 같이 나타낼 수 있는데, 따라서 q_t 의 추세부분은 상수항을 가진 임의보행과정에 따른다는 것을 나타내 주고 있다.

$$\Delta \tau_t = \mu + \left(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \right) \varepsilon_t, \quad \alpha_0 \equiv 1 \quad (12)$$

또는 다음과 같이 나타낼 수도 있다.

$$\tau_t = \mu + \tau_{t-1} + \tilde{\varepsilon}_t$$

$$\text{단, } \tilde{\varepsilon}_t = \left(\sum_{i=0}^{\infty} \alpha_i \right) \varepsilon_t$$

또한, t 시점까지의 정보를 기초로 한 w_{t+k} 의 조건부 기대값을 $\tilde{w}_t(k)$ 라고 두면 식 (10)은 식 (13)과 같이 다시 나타낼 수 있다.

$$\tau_t = q_t + \lim_{k \rightarrow \infty} \left\{ \sum_{i=1}^k \tilde{w}_t(i) - k\mu \right\} \quad (13)$$

순환부분은 q_t 에서 추세부분인 τ_t 를 차감하면 되므로 식 (14)와 같이 나타내진다.¹²⁾

$$c_t = - \left[\left(\sum_{i=1}^{\infty} \alpha_i \right) \varepsilon_t + \left(\sum_{i=2}^{\infty} \alpha_i \right) \varepsilon_{t-1} + \dots \right] \quad (14)$$

지속성의 측정방법은 앞에서 설명한 $A(1)$ 이나 V 를 이용하면 되는데 V 는 시계열의 총변동에서 영구적 요인이 차지하는 비중을 나타내므로 이 비율이 클수록 임의보행과정을 따르는 추세변동의 중요성이 커지며, 따라서 충격이 지속적으로 영향을 미치게 된다. $A(1)$ 은 시계열의 충격(innovations)의 표준편차에서 영구요인의 표준편차가 차지하는 비율을 나타낸다. 따라서, $A(1)$ 과 V 는 시계열에서 영구적인 요인과 일시적인 요인의 상대적인 중요도를 나타내는데 유용한 측도라고 할 수 있다.

한편, 지속성을 측정함에 있어서 비모수적 방법으로 정의한 V 와 ARIMA 방법으로 정의한 $A(1)$ 은 다음 식 (15)의 관계가 성립한다.

$$\frac{\sigma_{\Delta \tau}^2}{\sigma_{\Delta q}^2} = V = |A(1)|^2 \frac{\sigma_{\varepsilon}^2}{\sigma_{\Delta q}^2} \quad (15)$$

여기서 R^2 을 총분산 가운데서 과거자료를 토대로 예측이 가능한 부분의 비율(또는

12) 이 정리의 결론은 단위근을 가진 불안정한 시계열은 임의보행과정을 따르는 추세요인과 안정적인 순환요인으로 분해된다는 것인데 이에 대한 예시는 부록 1을 참조하고 자세한 설명은 Beveridge and Nelson [4]을 참조하면 된다. ARIMA모형과 Beveridge and Nelson 분해의 1대1 대응관계에 관해서는 Stock and Watson [32]의 부록을 참조하면 된다.

Δq 의 분산에서 충격항의 분산이 차지하는 비율을 제거시킨 값)이라 하면 $R^2 = 1 - \frac{\sigma_\varepsilon^2}{\sigma_{\Delta q}^2}$ 이 되고, 이를 식 (15)에 대입하면 식 (16)이 되고, 이 식에서 $\sqrt{V} \leq A(1)$ 이 성립하므로 Cochrane의 분산비율의 평방근은 Campbell and Mankiw의 $A(1)$ 의 하한(lower bound)이며 ARIMA모형의 오차분산값(σ_ε^2)이 Δq 의 분산값($\sigma_{\Delta q}^2$)에 가까워질수록 \sqrt{V} 는 $A(1)$ 에 접근함을 알 수 있다.¹³⁾

$$A(1) = \sqrt{\frac{V}{1-R^2}} \quad (16)$$

한편, Beveridge and Nelson의 분해에서는 확률적(영구적) 부분과 안정적(일시적) 부분은 완전한 상관관계에 있게 되므로 추세요인과 순환요인을 분리하여 해석하기가 어렵다. 따라서, Watson [34]과 Clark [10]는 실제로 두 요인의 상관도가 낮을 수도 또는 0일 수도 있다고 보고 확률적 부분과 안정적 부분이 독립적으로 움직인다는 가정(이 가정은 추세와 순환에 관한 전통적인 2분법과 일치한다)하에 두 요인을 식별하였다. 영구요인은 임의보행과정을 따르고 일시적 요인은 안정적인 확률과정을 따른다고 보았다. 이러한 가정하에 ARIMA모형은 상태공간모형(state space model)으로 나타내어 질 수 있고 상태공간모형은 Kalman filter에 모형내 모수의 추정과 관측이 되지 않는 두 요인의 식별이 가능하게 된다.¹⁴⁾ 각 요인을 식별하면 지속성의 측정방법은 위에서 언급한 $A(1)$ 과 V 를 이용한다.

IV. 실질환율의 장기지속성 추정

이 장에서는 제 III장에서 설명한 여러 가지 측정방법에 따라 대미 원화실질환율의 장기지속성을 측정해 보았다.

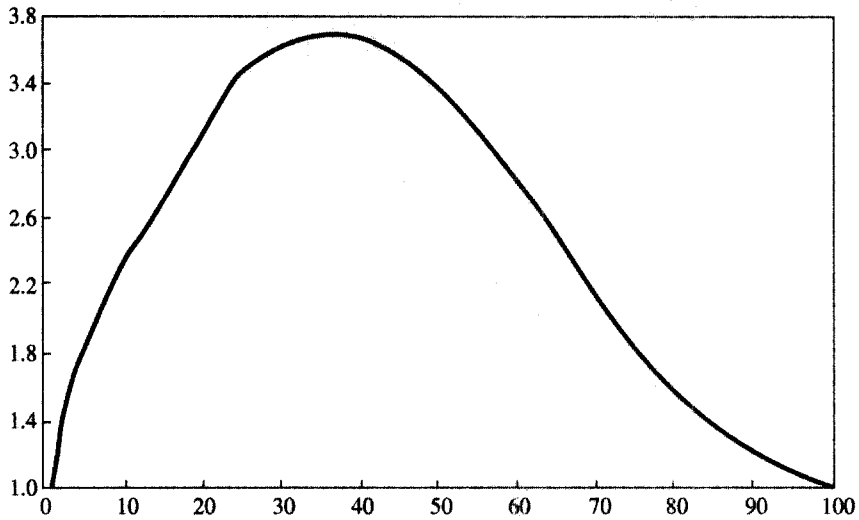
1. 비모수적 방법에 의한 측정

제 III장의 식 (7)에서의 V_k 값은 시계열이 순수한 임의보행과정에 따를 경우 1이 된다. 따라서, 추정된 V_k 값이 1로부터 얼마나 큰 편차를 보이는가 하는 것은 주어진 시계열이 임의보행과정으로부터 얼마나 괴리를 나타내는가에 대한 척도가 될 수 있다. <그

13) 안정시계열과 순수임의보행과 같은 단순한 경우에는 $A(1)$ 과 V 는 동일하게 된다.

14) 이에 대한 설명은 부록 2를 참조하면 되고 Kalman filter에 더욱 자세한 설명은 Harvey [20, 21]를 참조하면 된다.

〈그림 1〉 대미 원화실질환율의 분산비율(V_k)



림 1)은 식 (7)에 의해 로그실질환율에 대하여 추정된 V_k 값을 표시하고 있다. 먼저 그림에서 나타나듯이 대미 원화실질환율은 일정기간까지는 증가하다가 감소하는 언덕모양(hump-shaped)의 양상을 보이고 있다. 즉, 단기적으로는 거품현상과 같이 자체적인 힘으로 실질환율을 변동시키는 형태를 보이다가 장기에 있어서는 그 값이 줄어드는 형태를 보인다. 또한, 시간이 경과함에 따라 V_k 값의 수렴속도가 매우 느리게 나타나고 있다.¹⁵⁾ 이러한 결과는 실질환율의 변동이 임의보행과정보다 충격이 더 지속적인 것으로 해석할 수 있고 실질환율의 변동은 상당한 크기의 영구적 요인이 존재하고 있으며 장기적으로 구매력평가로 회귀하려는 경향이 있다고 보기 어렵다. 한편, 앞에서 살펴본 단위근검정의 결과 실질환율에 단위근이 있다는 결론과 비모수적인 방법으로 살펴본 상당한 크기의 영구적 요인의 존재는 서로 일치되는 것으로 볼 수 있다.

한편, 지속성의 추정치 \hat{V}_k 와 식 (16)에 따라 계산한 추정치 \hat{A}^k 가 〈표 2〉에 나타나 있다. 이 결과에 의하면 1%의 충격이 가해졌을 때 이것이 궁극적으로 실질환율에 미치는 장기적 영향은 1%보다 큰 것으로 나타나 실질환율에 장기 지속성이 있으며 평균으로의 복귀는 존재한다고 보기 어렵다는 것을 의미한다.

15) 1983년 1월 이후 각국의 실질환율에 대해 frequency domain상에서 스펙트럴분석을 시도한 김정식 [1]과 김준일 [2]의 경우 time domain상에서 분산비율을 살펴본 본 연구의 결과와 매우 일치된 결과를 제공해주고 있다.

〈표 2〉 비모수적 방법에 의한 지속성 추정결과

1	1.33	1.22
10	2.44	1.65
20	3.21	1.90
30	3.64	2.02
40	3.66	2.02
50	3.30	1.92
60	2.76	1.76
70	2.10	1.54
80	1.54	1.31
90	1.19	1.16

2. ARIMA모형을 이용한 측정

시계열모형을 이용해 지속성을 추정하는 방법은 다음과 같다. 먼저 ARIMA($p, 1, q$) 모형을 추정하기에 앞서 모형의 차수(p 와 q)를 식별하여야 한다. 대미 원화실질환율의 경우 자기상관함수(acf)값과 부분자기상관함수(pacf)값으로 차수를 결정하기가 명확하지 않아 Akaike [3]의 AIC(Akaike Information Criterion)를 이용하였는데 이 방법은 모형의 우도함수값(likelihood value)을 L , 모수의 개수($p+q$)를 k 그리고 관측치의 개수를 T 라 할 때 다음의 식 (17)의 값을 극소화시킴으로써 모형의 차수를 결정하는 방식이다.

$$AIC = -2\ln L + k \ln T \quad (17)$$

모수절약의 원칙에 따라 차수를 가능한 낮추어 $p = 0 \sim 2, q = 0 \sim 2$ 의 경우에 대해 계산한 AIC의 값이 〈표 3〉에 나타나 있는데 원화의 실질환율은 ARIMA(2, 1, 2)에 따르는 것으로 나타났고 식별된 실질환율의 ARIMA모형을 최우법으로 추정한 결과가 〈표 4〉에 나타나 있다.

〈표 3〉 대미 원화실질환율의 AIC값

0	-1130.06	-1153.96	-1152.17
1	-1155.44	-1154.49	-1155.32
2	-1153.57	-1153.13	-1155.69

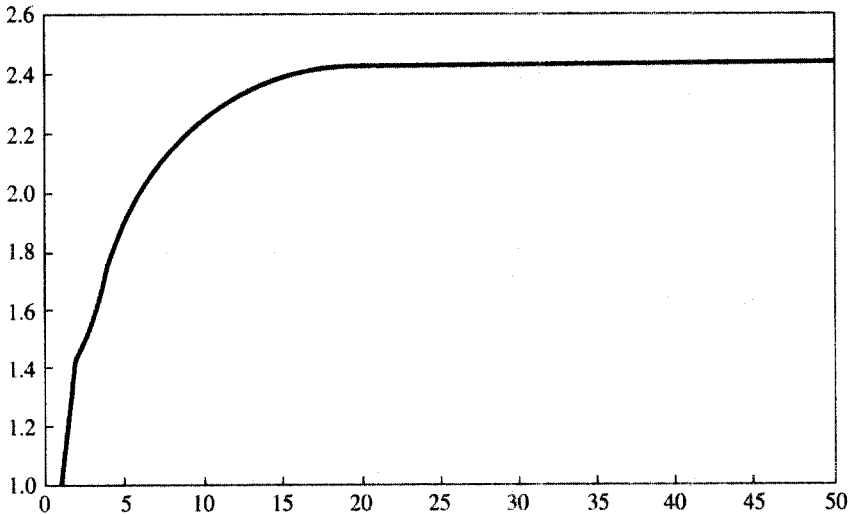
<표 4> ARIMA(p, 1, q) 모형의 최우추정결과

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2) \Delta y_t = (1 + \theta_1 L + \theta_2 L^2) \varepsilon_t$$

원화 실질환율	-0.0001	0.299 (0.359)	0.401 (0.221)	0.124 (0.353)	-0.391 (0.139)
---------	---------	------------------	------------------	------------------	-------------------

괄호 안의 값은 표준오차를 나타낸다.

<그림 2> 대미 원화실질환율의 누적충격반응함수



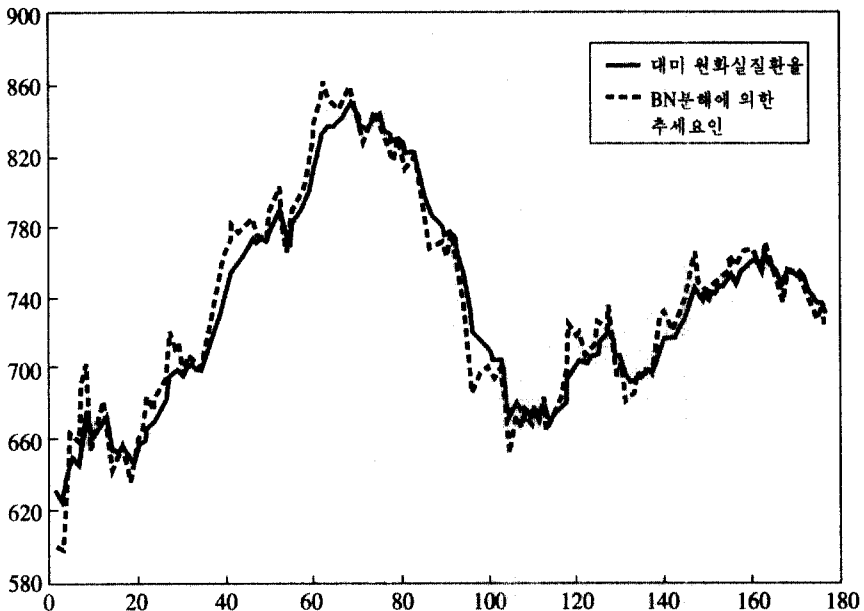
한편, <표 4>에서 ARIMA 모형의 추정치는 충격의 지속성을 측정하는데 사용된다. 제 III 장의 식 (2)에서 설명한 것과 같이 t 기에 발생한 경제충격의 지속성의 크기는 수 준변수에 대한 누적충격반응함수(cumulative impulse response function)를 통해서 측정할 수 있다. 이 함수는 어느 한 해에 실질환율이 예상치보다 1% 증가하였을 경우 그 충격이 장기 실질환율수준의 예측치를 변화시키는 것을 나타낸다. 실질환율이 영구적 요인만 있다면 장기 실질환율수준의 예측치도 1% 변할 것이고 일시적 요인만 있다면 장기 실질환율수준의 예측치는 변하지 않을 것이다. <그림 2>는 실질환율에 대한 ARIMA(2, 1, 2) 모형의 추정결과에 의해 유도된 누적충격반응계수를 나타내고 있다. 이에 의하면 실질환율에 상당한 크기의 장기지속성이 있다는 것을 보여 주고 있다. 한편, <표 2>에서 비모수적인 방법으로 계산한 \hat{A}_k 값은 ARIMA 모형에 의해 계산한 $A(1)$ 의 근사치가 되는데 일반적으로 낮은 차수의 ARIMA 모형을 사용하면 영구부분의 크기를 과대평가하기 때문에, 지속성의 크기가 과대평가될 수 있다. 예를 들어, $k = 1, 10,$

20, 30일 때 ARIMA모형에 의한 $A(1)$ 은 각각 1.42, 2.29, 2.42, 2.44인데 비모수적인 방법으로 계산한 \hat{A}_k 값은 1.22, 1.65, 1.9, 2.02로 이러한 사실을 보여 주고 있다.

3. 비관측인자모형을 이용한 방법

〈표 4〉에 있는 ARIMA(2, 1, 2)의 추정결과를 이용하면 Beveridge and Nelson(BN)의 분해방법에 의한 추세요인과 순환요인을 구할 수 있는데 이는 부록 1에서 보여 주는 것처럼 모든 ARIMA모형은 BN에 의해 영구적 요인과 일시적 요인으로 분해되기 때문이다. 지속성을 측정하는 $A(1)$ 은 1년 후 예측오차의 표준편차에 대한 추세요인변화 표준편차의 비율을 의미하는데 BN분해에 의한 $A(1)$ 의 값과 〈그림 2〉의 ARIMA모형의 누적충격반응계수의 값과 같다. 여기에 따를 경우 충격이 지속적이어서 추세요인이 강한 것으로 나타나고 이러한 사실은 원래의 시계열과 BN분해에 의한 추세요인을 그려 놓은 〈그림 3〉을 통해서도 확인할 수 있다. BN분해의 경우 발견되는 몇 가지 특징적인 사실들(stylized facts)은 다음과 같다.¹⁶⁾ 첫째는 원화의 실질환율과 장기추세요인 간에는 다소 괴리가 있고 장기추세요인의 변동폭(표준편차 = 58.66)이 실질환율 자체의 변

〈그림 3〉 대미 원화실질환율과 BN분해에 의한 추세요인 : ARIMA(2, 1, 2)



16) 이하의 특징적인 사실은 실질환율의 증가율을 AR(12)로 추정된 김준일 [2]의 결과와도 일치한다.

동쪽(표준편차 = 56.38)을 초과하고 있다. 장기추세요인을 장기균형환율로 해석할 경우 실질환율의 변동폭이 장기균형환율의 변동폭보다 크지 않기 때문에 명목환율(실질환율)의 과잉초과반응(overshooting)현상은 발견되지 않는다고 볼 수 있다. 둘째는 실질환율이 상승(하락)할 때 장기추세요인이 실질환율을 상회(하회)하고 있다. 셋째는 1992년 이후에는 실질환율과 장기추세요인 간의 격차가 축소되는 경향을 보이고 있다. 실질환율 자체의 변동이 장기추세요인과 근접한 모습을 보인다는 것은 실질환율이 임의보행과정에 가까워진다는 것을 의미하고 이는 명목환율의 결정이 시장요인에 의해 결정되는 정도가 증가함을 의미한다. 따라서, 환율의 예측이 점점 어려워진다.

한편, 영구적 요인과 일시적 요인의 충격이 서로 독립일 경우 Clark [10]의 비관측요인의 분해방법에 따라 실질환율은 식 (18)과 같이 두 개의 관측되지 않은 요인(unobserved component)의 합으로 나타낼 수 있고 첫 번째 요인(영구적 요인)은 식 (19)와 같이 임의보행과정을 따르며 두 번째 요인(일시적 요인)은 식 (20)과 같이 안정적인 AR(2)과정을 따른다고 하자.

$$q_t = x_{1t} + x_{2t} \tag{18}$$

$$x_{1t} = \mu + x_{1,t-1} + e_{1t} \tag{19}$$

$$x_{2t} = \phi_1 x_{2,t-1} + \phi_2 x_{2,t-2} + e_{2t} \tag{20}$$

단, $e_{jt} \sim i.i.d N(0, \sigma_j^2)$ ($j = 1, 2$), $E[e_{1t} e_{2t}] = 0$

식 (18)을 1차 차분하면 식 (21)이 된다.

$$\Delta q_t = \Delta x_{1t} + \Delta x_{2t} = \mu + e_{1t} + e_{2t} \tag{21}$$

한편, 식 (21)은 식 (22)~(23)과 같이 상태공간모형(state space model)으로 나타낼 수 있다.¹⁷⁾

$$\Delta q_t = \mu + [1 \ -1] \begin{bmatrix} x_{2t} \\ x_{2t-1} \end{bmatrix} + e_{1t} \tag{22}$$

$$\begin{bmatrix} x_{2t} \\ x_{2t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{2t-1} \\ x_{2t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_{2t} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

이 때, x_{1t} 는 확률적 추세부분을 나타내고 x_{2t} 는 순환부분을 나타낸다.

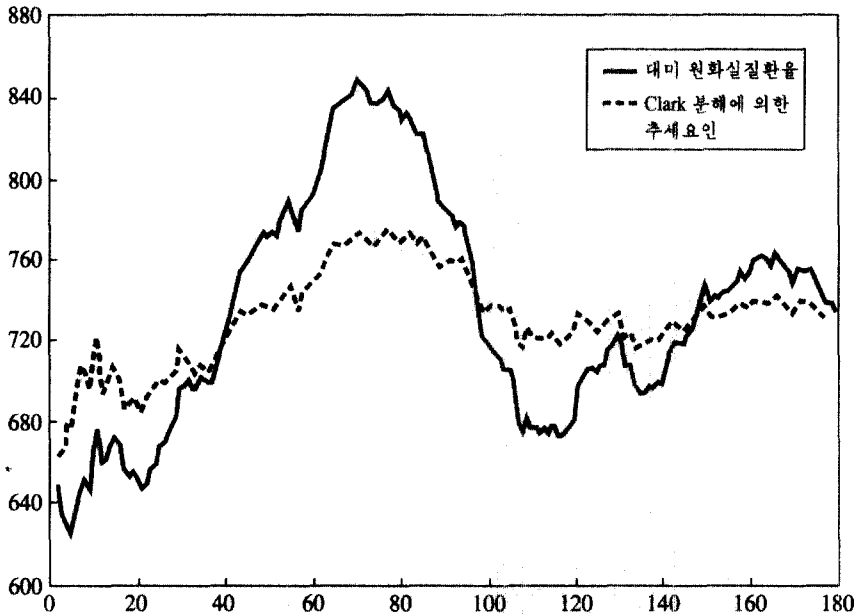
17) 이 상태공간모형은 q_t 에 대한 ARIMA(2, 1, 2)가 되기 때문에 대미 원화실질환율의 모형식별과 일치하는 결과를 주어 대미 원화실질환율에 대한 적합한 상태공간모형의 표현이라고 할 수 있다. 그러나, Watson [34]이 지적한 대로 ARIMA모형과 상태공간모형이 단기에는 같은 행태를 보이더라도 장기행태는 상당히 달라질 수 있으므로 장기행태분석의 경우 여러 가지 방법으로 분석한 후 결론을 내리는 것이 바람직하다.

〈표 5〉 상태공간모형의 추정결과

0.006807 (0.001201)	0.005443 (0.00179)	1.741649 (0.149804)	-0.749983 (0.148714)	-0.000124 (0.000838)	0.000088
$V = \frac{\text{추세오차항의 표준편차}}{\text{추세오차항의 표준편차} + \text{순환오차항의 표준편차}} = \frac{0.006807}{0.006807 + 0.005443} = 0.56$					
$A(1) = \frac{\text{추세오차항의 표준편차}}{\text{1년 후 예측오차의 표준편차}} = \frac{0.006807}{0.0093808} = 0.73$					

- 1) SE값은 시계열의 innovation(one-step ahead forecast error)의 분산을 나타내는데 이 값은 ARIMA(2, 1, 2) 모형의 분산추정치와 같다.
- 2) 괄호 안의 값은 표준오차를 나타낸다.

〈그림 4〉 대미 원화실질환율과 Clark 분해에 의한 추세요인 : ARIMA(2, 1, 2)



〈표 5〉는 Kalman filtering을 이용하여 최우법으로 추정된 상태공간모형내 모수의 추정결과를 나타내고 있는데 모든 추정계수가 통계적으로 유의한 것으로 나타났다. 충격의 장기지속성을 시계열의 총변동에서 영구적 요인이 차지하는 비중으로 나타낸 V는 0.56이고 시계열 충격의 표준편차에서 영구요인의 표준편차가 차지하는 비중으로 계

18) 이 분해방법은 A(1)과 V의 값이 1을 초과하지 못하게 되어 있어 사전적으로 지속적인 확률과정을 배제하고 있다.

산한 $A(1)$ 은 0.73으로 영구적 요인이 일시적 요인보다 상대적으로 크다는 것을 나타내고 있고, 이것은 <그림 4>를 통해서도 확인할 수 있다.¹⁸⁾ 이러한 결과는 앞에서 살펴본 여러 가지 실증분석의 결과를 뒷받침해 주고 있다고 볼 수 있다.

V. 요약 및 결론

본 연구의 목적은 실질환율의 장기변동행태를 살펴보는 데 있다. 실질환율의 장기적 지속성, 즉 구매력평가로부터의 이탈의 지속성을 추정하기 위하여 1980년 1월부터 1994년 12월까지의 대미 원화실질환율의 자료로 ARIMA 모형에 의한 방법, 비모수적인 방법 등을 사용하였다. 추정결과에 의하면 실질환율의 평균복귀(mean reverting) 현상, 즉 구매력평가로의 복귀현상은 나타나지 않았다. 이것은 한국경제에 있어서 1980년 초 이래 관리변동환율제도기간중 구매력평가설이 성립하지 않음을 시사한다. 또한, 실질환율을 Beveridge and Nelson의 방법과 비관측인자모형에 의해 영구적 요인과 일시적 요인으로 분해한 결과 임의보행과정으로 나타나는 장기적 추세부분, 즉 영구적 요인이 순환변동부분으로 나타나는 일시적 요인을 상대적으로 압도하는 것으로 나타났다. 이것은 대미 원화실질환율의 경우 명목충격에 의한 Dornbush의 과잉초과반응(overshooting) 현상보다는 정부지출의 변화, 생산성 및 선호의 변화 등 실질충격이 실질환율의 변화를 주도하고 있음을 시사한다. 앞으로 학계의 일각에서 주장하듯이 정부의 빈번한 임의적 외환시장개입이 명목환율의 변화를 초래하고 이러한 명목환율의 변화가 실질환율의 불규칙성을 초래한 것인지 아니면 Stockman의 주장대로 경제에 내재하고 있는 교란요인의 변화가 실질환율의 변화를 가져오고 또한 궁극적으로 명목환율의 변화를 가져오는지에 대한 보다 심층적인 연구가 필요하다고 보겠다.

〈부록 1〉

Beveridge and Nelson은 ARIMA모형이 확률적 추세와 순환적 부분의 합으로 나타낼 수 있다는 것을 보였다. 식 (1.1)과 같은 ARIMA(0, 1, 1)을 예로 들어 보자.

$$\Delta q_t = e_t + \theta e_{t-1} \quad (1.1)$$

$q_0 = e_0 = 0$ 가 주어졌다고 할 때 식 (1.1)은 식 (1.2)와 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} q_t &= q_{t-1} + e_t + \theta e_{t-1} \\ &= q_{t-2} + (e_t + \theta e_{t-1}) + (e_{t-1} + \theta e_{t-2}) \\ &\quad \vdots \\ &= \sum_{r=1}^t e_r + \theta \sum_{r=1}^{t-1} e_r \\ &= (1 + \theta) \left(\sum_{r=1}^t e_r \right) - \theta e_t \end{aligned} \quad (1.2)$$

여기서 $q_t^p = (1 + \theta) \sum_{r=1}^t e_r$, $q_t^c = -\theta e_t$ 이라 놓으면 식 (1.2)는 식 (1.3)이 되고, 식 (1.3)에서 $q_t^p = q_{t-1}^p + (1 + \theta)e_t$ 로 다시 쓸 수 있으므로 식 (1.3)에서 q_t^p 는 임의보행과정을 따르는 확률적 추세로, q_t^c 는 안정적인 시계열인 순환요인으로 해석된다. ARIMA(p, 1, q)에 대해서도 식 (1.3)과 같이 쓸 수 있는데 이에 대한 자세한 설명은 Stock and Watson [32]을 참고하면 된다.

$$q_t = q_t^p + q_t^c \quad (1.3)$$

여기서 주의할 것은 확률적 추세와 순환부분은 완전히 상관관계가 있으므로 추세요인과 순환요인을 분리하여 해석하기 어려운 점이 있다는 것이다.

〈부록 2〉

Kalman에 의해 최초로 개발된 상태공간모형은 일반적으로 다음의 식 (2.1)~(2.2)와 같은 두 개의 방정식으로 구성되어 있는데 비관측인자를 포함하고 있는 경우 동태적 관계를 나타내는데 유용한 모형이다.

$$q_t = H_t^c \zeta_t + A_t z_t + w_t \quad (2.1)$$

$$\xi_t = F\xi_{t-1} + u_t \quad (2.2)$$

$$\text{단, } E[w_t w_t'] = R, \quad E[w_t w_s'] = 0 \quad (s \neq t)$$

$$E[u_t u_t'] = Q, \quad E[u_t u_s'] = 0 \quad (s \neq t)$$

$$E[w_t u_s'] = 0$$

식 (2.1)은 관측변수벡터(q_t)를 상태변수벡터(ξ_t)와 외생변수벡터(z_t)의 함수로 나타낸 것으로 측정방정식(measurement equation)이라 하고 식 (2.2)는 상태변수벡터의 동태적인 관계를 나타낸 것으로 이행방정식(transition equation)이라 부른다. w_t 와 u_t 는 각 방정식의 교란항의 벡터이며 교란항에 대한 가정은 위에 주어진 바와 같다. H, A, F 는 계수행렬이다. 이와 같은 상태공간모형은 Kalman Filter를 이용해 계수벡터를 최우법(Maximum Likelihood)으로 반복적으로 추정한다.

• Kalman Filter

Kalman Filter는 $t-1$ 기까지의 정보를 이용하여 상태변수벡터에 대한 최적추정량(optimal estimator)을 계산하는 축차적 과정(recursive procedure)을 말한다. Kalman Filter는 2단계로 나뉘어져 있는데 1단계는 예측(prediction)으로 다음 기의 관측치에 대한 최적예측치를 구한다. 이를 예측방정식(prediction equation)이라 하는데 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\xi_t |_{t-1} = E[\xi_t | \psi_{t-1}] = F\xi_{t-1} |_{t-1}$$

$$P_t |_{t-1} = E[(\xi_t - \xi_t |_{t-1})(\xi_t - \xi_t |_{t-1})'] = FP_{t-1} |_{t-1} F' + Q$$

$$q_t |_{t-1} = E[q_t | \psi_{t-1}] = H\xi_t |_{t-1} + Az_t$$

$$v_t |_{t-1} = q_t - q_t |_{t-1} \text{ (충격)}$$

$$f_t |_{t-1} = E[(v_t |_{t-1})(v_t |_{t-1})'] = HP_t |_{t-1} H' + R \text{ (충격의 분산)}$$

이 때, ψ_{t-1} 는 $t-1$ 기에 이용 가능한 정보를 나타낸다.

2단계는 수정(updating)으로 주어진 모형내 모수를 이용하여 상태변수벡터에 대한 최소평균자승추정량을 계산한다. 이를 수정 방정식(updating equation)이라 하는데 다음과 같다.

$$\xi_t |_{t-1} = E[\xi_t | \psi_{t-1}, q_t] = \xi_t |_{t-1} + P_t |_{t-1} H' f_t |_{t-1} (q_t - q_t |_{t-1})$$

$$P_t |_{t-1} = E[(\xi_t - \xi_t |_{t-1})(\xi_t - \xi_t |_{t-1})'] = P_t |_{t-1} - P_t |_{t-1} H' f_t |_{t-1} [I - H' f_t |_{t-1}]^{-1} H P_t |_{t-1}$$

〈부록 3〉

ARIMA($p, 1, q$)모형에서 차분변수의 충격반응계수를 구하기 위해서는 먼저 추정된 모형을 이동평균형태로 표현한 후 계산해야 한다. 다음으로 차분변수의 충격반응계수를 누적적으로 합하면 수준변수의 누적충격반응계수를 구할 수 있다. 본 연구에서 대미 원화실질환율의 경우 식 (3.1)과 같은 ARIMA(2, 1, 2)인 것으로 추정하였으므로 이 경우 충격반응을 계산하는 과정을 살펴보자.

$$(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2) \Delta q_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \quad (3.1)$$

2차 시차다항식 $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2)$ 은 $(1 - \lambda_1 L)(1 - \lambda_2 L)$ 과 같이 인수분해(factoring)가 가능하므로 식 (3.2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$(1 - \lambda_1 L)(1 - \lambda_2 L) \Delta q_t = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \theta_2 \varepsilon_{t-2} \quad (3.2)$$

$$\text{단, } \lambda_1 + \lambda_2 = \theta_1, \lambda_1 \lambda_2 = -\theta_2$$

여기서 $\phi_1^2 + 4\phi_2 > 0$ 일 경우 고유치(eigenvalues)는 각각 다음과 같다(Hamilton [19], p. 29~32).

$$\lambda_1 = \frac{\phi_1 + \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{\phi_1 - \sqrt{\phi_1^2 + 4\phi_2}}{2}$$

고유치를 이용하여 ARIMA모형을 이동평균형태로 나타내면 식 (3.3)과 같다(Sargent [29], p. 179).

$$\begin{aligned} \Delta q_t &= c_1 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_1^i \varepsilon_{t-i} + c_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_2^i \varepsilon_{t-i} \\ &+ c_1 \theta_1 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_1^i \varepsilon_{t-i-1} + c_2 \theta_1 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_2^i \varepsilon_{t-i-1} \\ &+ c_1 \theta_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_1^i \varepsilon_{t-i-2} + c_2 \theta_2 \sum_{i=0}^{\infty} \lambda_2^i \varepsilon_{t-i-2} \end{aligned} \quad (3.3)$$

$$\text{단, } c_1 = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 - \lambda_2}, c_2 = -\frac{\lambda_2}{\lambda_1 - \lambda_2}$$

따라서, t 기 충격에 대한 $t+k$ ($k=1, 2, \dots$)기후 차분변수의 충격반응인 α_j 는 다음과 같다.

$$\alpha_0 = 1$$

$$\alpha_1 = (c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2) + \theta_1(c_1 + c_2)$$

$$\alpha_j = (c_1\lambda_1^j + c_2\lambda_2^j) + \theta_1(c_1\lambda_1^{j-1} + c_2\lambda_2^{j-1}) + \theta_2(c_1\lambda_1^{j-2} + c_2\lambda_2^{j-2}), \quad k \geq \text{일 때}$$

끝으로 t 기 충격에 대한 $t+k(k=1, 2, \dots)$ 기후 수준변수의 충격반응인 β_i 는 앞에서 보인 바와 같이 식 (3.4)와 같다.

$$\beta_i = \sum_{j=0}^i \alpha_j \quad (3.4)$$

◆ 参 考 文 献 ◆

1. 김정식, "한국 실질환율의 장기변동행태 분석", 「산업과 경영」 제29권 제1호, 연세대학교 산업경영연구소, 1992. 5, pp. 111~121.
2. 김준일, "환율변동의 추세분석과 시사점", 「KDI정책연구」 제17권 제2호, 한국개발연구원, 1995, pp. 127~164.
3. Akaike, H., "A New Look at the Statistical Identification Model," *IEEE Transactions on Automatic Control*, AC-19, 1974, pp. 716~723.
4. Beveridge, S. & Nelson, C. R., "A New Approach to Decomposition of Economic Time Series into Permanent and Transitory Components with Particular Attention to Measurement of the 'Business Cycle'," *Journal of Monetary Economics*, 1981, pp. 151~174.
5. Blanchard, O. J., "A Traditional Interpretation of Macroeconomic Fluctuations," *American Economic Review*, 1989, pp. 1146~1164.
6. Blanchard, O. J. & Quah, D., "The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances," *American Economic Review*, 1989, pp. 635~673.
7. Campbell, J. Y. & Mankiw, N. G., "Are Output Fluctuations Transitory?" *Quarterly Journal of Economics*, 1987, pp. 857~880.
8. Campbell, J. Y. & Mankiw, N. G., "Permanent and Transitory Components in Macroeconomic Fluctuations?" *American Economic Review: Papers and Proceedings*, 1987, pp. 111~117.
9. Campbell, J. Y. & Mankiw, N. G., "International Evidence on the Persistence of Economic Fluctuations," *Journal of Monetary Economics*, 1989, pp. 319~333.

10. Clark, P. K., "The Cyclical Component of U.S. Economic Activity," *Quarterly Journal of Economics*, 1987, pp. 797~814.
11. Cochrane, J. H., "How Big is the Random Walk in GNP?" *Journal of Political Economy*, 1988, pp. 893~920.
12. Cumby, R. E. & Obstfeld, M., "International Interest Rate and Price Level Linkages under Flexible Exchange Rates: A Review of Recent Evidence," J. F. O. Bilson and R. C. Marston(eds.), *Exchange Rate Theory and Practice*, University of Chicago Press, 1984.
13. Dickey, D. A. & Fuller, W. A., "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root," *Journal of the American Statistical Association*, 1979, pp. 427~431.
14. Dornbush, R., "Expectations and Exchange Rate Dynamics," *Journal of Political Economy*, 84, 1976, pp. 1161~1176.
15. Fuller, W. A., *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley and sons, 1976.
16. Glen, J. D., "Real Exchange Rates in the Short, Medium, and Long Run," *Journal of International Economics*, 33, 1992, pp. 147~166.
17. Granger, C. W. J. & Newbold, W. K., "Spurious Regressions in Econometrics," *Journal of Econometrics*, 1974, pp. 111~120.
18. Hakkio, C. S. & Joines, D. H., "Real and Nominal Exchange Rates since 1919," Working Paper RWP90-03, 1990, Research Division, Federal Reserve Bank of Kansas City.
19. Hamilton, J. D., *Time Series Analysis*, Princeton, 1994.
20. Harvey, A. C., *Time Series Models*, Philip Allan, 1981.
21. Harvey, A. C., *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge, 1989.
22. Huizinga, J., "An Empirical Investigation of the Long-run Behavior of Real Exchange Rates," *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 27, 1987, pp. 149~215.
23. Kim, J. O. & Enders, W., "Real and Monetary Causes of Real Exchange Rate Movement in the Pacific Rim," *Southern Economic Journal*, 57, 1991, pp. 1061~1070.
24. King, R., Plosser, C., Stock, J., & Watson, M., "Stochastic Trends and Economic Fluctuations," *NBER Working Paper*, 2229, 1987.
25. Mark, N. C., "Real and Nominal Exchange Rates in the Long Run: An Empirical

- Investigation," *Journal of International Economics*, 28, 1990, pp. 115~136.
26. Mishkin, F. S., "Are Real Interest Rates equal Across Countries: An Empirical Investigation of International Parity Conditions," *Journal of Finance*, 39, 1984.
 27. Nelson, C. R. and Plosser, C. I., "Trends and Random Walks in Macroeconomic Time Series," *Journal of Monetary Economics*, 1982, pp. 129~162.
 28. Phillips, P. C. B. & Perron, P., "Testing for a Unit Root in Time Series Regression," *Biometrika*, 1988, pp. 335~346.
 29. Sargent, T. J., *Macroeconomic Theory*, Academic press, 1979.
 30. Schwert, G. W., "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots," *University of Rochester*, 1985.
 31. Shapiro, M. D. & Watson, M. W., "Sources of Business Cycle Fluctuations," *NBER Macroeconomics Annual*, 1988, pp. 111~148.
 32. Stock, J. H. & Watson, M. W., "Variable Trends in Economic Time Series," *Journal of Economic Perspectives*, 1988, pp. 147~174.
 33. Stockman, A. C., "The Equilibrium Approach of Exchange Rates," *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Richmond, 1987, pp. 12~30.
 34. Watson, M. W., "Univariate Detrending Methods with Stochastic Trends," *Journal of Monetary Economics*, 1986, pp. 49~75.