

# 자산 버블 하에서의 세대 간 재분배 및 통화정책

성 병 목\* · 이 경 우\*\* · 김 광 환\*\*\*

## 요약

본고에서는 가격경직성이 있는 중첩세대 모형에 자산 버블이 존재할 경우 최적 정책에 대해 분석한다. 정부는 자산세와 이전지출을 통해 소득을 세대 간에 재분배하고 중앙은행은 자산가격에 반응하여 금리를 조정한다. 먼저 정부와 중앙은행이 모두 버블자산 가격의 변동성을 최소화할 경우, 금리는 재분배 정책과 상관없이 버블자산 가격이 상승한 만큼 인하되고, 재분배 정책은 버블자산 가격 변동성의 원천에 따라 결정된다. 반면에 정부는 소비 변동성으로 인한 후생손실을 최소화할 경우, 노년층에 다소 유리한 재분배 정책을 통해 청년층과 노년층의 소비 격차를 줄인다. 마지막으로 정부와 중앙은행이 모두 후생손실을 최소화할 경우, 통화정책은 버블자산 가격 변동성의 직간접 효과를 모두 고려해야 하고, 재분배 정책은 그에 더하여 세대 간 소비 격차까지 고려해야 한다.

주제분류 : B030300, B030600, B030501

핵심 주제어 : 자산버블, 재분배 정책, 통화정책, 자산가격 변동성, 소비 변동성

## I. 서론

통화정책은 자산가격의 지나친 변동에 대응해 금리를 조절해야 하는가? 이 질문에 대해서는 다양한 의견과 논쟁이 존재한다. 예컨대 Trichet (2005), Kashkari(2018), 그리고 Bernanke(2010)는 통화정책보다는

\* 제1저자, 연세대학교 경제학부 박사과정, e-mail: sung.byungmook@gmail.com

\*\* 연세대학교 경제학부 조교수, e-mail: kwlee76@yonsei.ac.kr

\*\*\* 교신저자, 연세대학교 경제학부 부교수, e-mail: kimkh01@yonsei.ac.kr

조세정책 및 금융규제를 통해 자산버블에 더 효과적으로 대응할 수 있다고 주장했다. 하지만 이러한 주장에도 불구하고 많은 중앙은행들이 직접적 또는 암묵적으로 자산가격의 과도한 변동 또는 자산버블을 통화정책에 고려하고 있다. 따라서 중앙은행이 자산버블 등에 대응해 어떤 방식으로 금리를 조절해야 하는지를 파악하는 것은 매우 중요하다. 또한 조세정책 등을 주로 사용해 자산버블에 대응한다 해도 통화정책과 어떤 방식으로 정책을 조합할 것인가도 매우 중요한 질문으로 남는다. 특히 현재 우리나라처럼 자산버블에 대응하기 위해 종합부동산세 등 자산 보유세를 활용하는 경우 자산가격 안정과 사회후생 극대화를 위해 통화정책과 어떤 방식으로 협력할 것인가 하는 문제는 매우 중요한 정책적 시사점을 갖는다.

그러므로 본고에서는 자산버블이 존재하는 경제에서 통화정책과 조세 및 재분배정책을 어떻게 수행해야 하는지를 분석한다. 이를 위해 Gali(2014)와 김광환·성병목(2018)을 바탕으로 한 가격경직성이 있는 중첩세대 모형(overlapping-generations model)에서 자산버블이 존재할 때 각종 정책 조합의 효과를 분석하였다. 생애가 2기로 구성된 이 모형에서 1기 즉 청년기에는 노동소득을 얻고, 채권과 버블자산을 보유하여 은퇴에 대비한다. 반면에 2기 즉 노년기에는 배당소득과 자산으로부터 수익을 얻는다. 이러한 경제에서 중앙은행은 자산가치가 1% 상승하면 금리를  $\phi_b\%$  올리는 형태로 통화정책을 수행한다. 그리고 정부는 노년층이 보유한 자산에 대해 일정 세율의 자산세를 거둬, 그 수입의  $\alpha$  비율을 청년층에게, 그리고  $1-\alpha$  비율을 노년층에게 이전지출로 지급한다. 본 연구에서는 통화정책의  $\phi_b$ 와 재분배 정책  $\alpha$ 의 조합이 자산버블 가격의 변동성과 사회후생에 미치는 영향을 분석하고, 여러 정책 목표 달성을 위한 최적의 정책 조합을 찾고자 한다.

본 연구에서는 먼저 모형의 정상상태를 분석했다. 그 결과 정부가  $\alpha$ 를 높여 청년층을 향한 재분배를 강화하면 안정적인 정상상태에서 버블자산의 가치와 실질이자율이 하락함을 보였다. 직관적으로  $\alpha$ 의 인상은 청년층의 소득과 소비를 높이고 노년층의 소득과 소비를 낮추기 때문에, 오일러 방정식을 통해 실질이자율을 하락시킨다. 또한 균형에서 자산의 가치가 평균적으로 실질이자율의 속도로 증식하기 때문에 실질이자율 하락에 따라 정상상태에서의 버블자산 가치 또한 하락하는 것이다. 또한 안정적인 정상상태의 실질이자율은 음수이다.<sup>1)</sup> 선행연구에서 잘 알려져 있듯, 버블자산의 가치

가 평균적으로 실질이자율의 속도로 증식하기 때문에 자산가치의 폭증을 막기 위해서는 실질이자율이 음수여야 한다.

이어서 버블자산의 가치에 대한 확률적 충격이 있는 경우를 고려하여 정상상태 주변에서의 동태적 변화를 분석했다. 그 결과 자산가치 충격이 소비의 변동성에 의한 후생손실에 영향을 주는 세 가지 효과를 확인했다. 첫째, 자산가치 변동성을 통해서 소비의 변동성을 증가시키는 경로가 있다. 본고에서는 이를 자산가치 충격의 “직접효과”라고 부른다. 즉 버블자산의 가치가 소비에 직접적 영향을 주기 때문에 자산가치 충격에 의한 자산가치의 변동성은 당연히 직접적으로 소비의 변동성을 유발한다. 두 번째 효과는 “간접효과”이다. 즉 자산가치 충격의 직접효과에 의해 소비가 변하면, 가격경직성 때문에 균형에서 기업의 생산과 이윤이 변하고, 이에 따라 가계의 임금 및 배당소득이 변한다. 그러면 소비가 임금 및 배당소득의 함수이기 때문에 소비가 다시 한 번 변하게 된다. 즉 자산가치 충격이 임금과 배당소득을 통해 간접적으로 다시 한 번 소비의 변동을 유발하는 것이다.

세 번째로 “세대 간 소비 격차 효과”가 있다. 즉 버블이 존재하는 정상상태와 그 주변에서는 실질이자율이 음수이기 때문에 청년층이 노년층에 비해 더 많은 소비를 누린다. 그러나 효용함수의 오목성 때문에 그러한 세대 간 소비 격차는 후생손실을 유발한다. 그런데 자산가치를 증가시키는 충격이 오면 청년층에게는 자산 보유를 위한 비용의 증가인 반면 노년층에게는 자산 수익률이 증가이다. 따라서 청년층의 소비는 감소하고 노년층의 소비는 증가한다. 그 결과 세대 간 소비 격차를 줄이는 효과가 생기고, 그로 인한 후생손실 또한 감소하는 것이다.

이처럼 자산가치에 영향을 주는 충격이 가지는 세 가지 효과를 바탕으로 다양한 정책 목표에 따른 통화정책과 재분배 정책의 최적 조합을 찾을 수 있다. 우선 중앙은행과 정부가 모두 자산가치의 변동성, 즉 자산충격의 직접효과를 최소화하려는 정책목표를 가지고 있다면 재분배 정책  $\alpha$ 에 상관없이 통화정책은  $\phi_b = -1$ 을 선택해야 한다. 즉 어떤 충격에 의해 버블자산의 가치가 1% 상승하면 정부는 금리를 1% 인하해야 한다. 왜냐하면 어떤 시점에 버블자산의 가치가 1% 상승하면 다음 시점의 기대 가치 또한 1% 상

---

1) 총이자율(gross interest rate)로 표시하면 1보다 작아야 하고, 순이자율(net interest rate)로 표시하면 0보다 작아야 한다.

승하고, 그로 인해 실제 버블자산의 가치도 상승하게 된다. 그러나 중앙은행이 충격 발생 시점에 금리를 1% 인하하면 버블자산 가치의 기대 상승률을 낮추어, 다음 시점의 기대 자산가치를 낮춘다. 그러므로 이러한 통화정책에 의해 어떤 시점의 충격이 이후 시점의 자산가치에 미치는 영향을 완전히 상쇄할 수 있다. 따라서 특정 시점의 자산가치의 변동성은 그 시점의 충격에만 영향을 받게 되어 자산가치의 변동성이 최소화된다.

그러나 정부와 중앙은행이 모두 소비의 변동성으로 대표되는 후생손실을 최소화하려면 통화정책은  $\phi_b > -1$ 을 선택해야 한다. 즉 자산가치 변동성 최소화를 위한 통화정책에 비해 자산가치 충격에 대응한 금리 인하의 정도가 작다. 왜냐하면  $\phi_b = -1$ 인 통화정책이 자산가치 충격의 직접효과인 자산가치 변동성은 최소화할 수 있지만, 간접효과를 통한 소비 변동성은 오히려 증폭시키기 때문이다. 간접효과에 대응하기 위해서는 오히려  $\phi_b > 0$ 이어야 한다. 왜냐하면 자산가치 상승에 의해 소비가 증가할 때 중앙은행이 금리를 올리기 때문에 소비 증가 효과가 상쇄되기 때문이다. 따라서 그러한 통화정책 하에서 임금 및 배당소득의 변화가 작고 간접효과에 의한 소비 변동성도 작아진다. 그러나 통화정책은 자산가치 충격의 직접효과와 간접효과에 모두 대응해야 하므로  $\phi_b$ 는 직접효과인 자산가치 변동성을 낮추기 위한  $-1$ 과 간접효과인 임금 및 배당소득 변동성을 낮추기 위한 어떤 양수 사이에서 선택된다. 따라서 소비 변동성에 의한 후생손실 최소화를 위해  $\phi_b > -1$ 이 성립해야 한다.

마지막으로 중앙은행이 독립적으로 자산가치 변동성 최소화만을 위해  $\phi_b = -1$ 을 선택하지만 정부는 소비 변동성으로 인한 후생손실을 최소화하기 위해 재분배 정책을 펼치는 상황을 고려했다. 이처럼 정책 공조가 없는 경우 후생손실을 최소화하는  $\alpha$ 는 정부와 중앙은행이 모두 자산가치 변동성만을 고려하는 경우의  $\alpha$ 에 비해 작아야 한다. 그 이유는 정부가 자산가치 충격이 갖는 세대 간 소비 격차 효과를 고려하기 때문이다. 즉  $\alpha$ 를 낮추면 노년층에서 청년층으로의 재분배가 줄어들기 때문에 양의 자산가치 충격이 왔을 때 노년층의 소비가 더 많이 늘고 청년층의 소비가 더 많이 줄어든다. 이런 효과를 통해 청년층과 노년층 사이의 소비 격차 감소에 기여할 수 있다.<sup>2)</sup>

본 연구는 버블 및 자산가격 변동에 따른 바람직한 정책 대응을 모색하는 선행연구들과 연관이 있다. 대표적으로 Adam and Woodford(2013)와 Gali(2014)는 자산가격과 통화정책의 연관성을 분석했다. 본 연구는 Gali(2014)의 분석들을 활용했지만 자산세를 통한 세대 간 소득재분배를 명시적으로 고려했다는 점에서 차별화된다. 본고와 같이 통화정책과 재분배를 동시에 분석한 선행연구도 존재한다. 예컨대 Furceri et al.(2016)와 Haltom(2012) 등은 중앙은행의 금리 조정이 불평등 및 재분배에 어느 정도 효과가 있다고 주장했지만, Anaral(2017)은 통화정책의 재분배 효과가 작거나 불분명하다고 주장했다. 또한 Pastor and Veronesi(2015), Auclert(2017) 등도 정부의 다른 정책이 존재할 때 통화정책이 자산가격 버블 등에 미치는 영향을 분석했다. 여러 선행연구 중 김광환·성병목(2018)은 본고와 매우 유사한 분석 모형을 사용한다는 점에서 가장 관련성이 깊다. 그러나 본 연구에서는 청년층과 노년층 사이의 재분배 정책과 통화정책의 상호작용을 주로 분석했다는 점에서 김광환·성병목(2018)과 차별화된다.

본고의 다음과 같이 구성되어 있다. 제Ⅱ절에서는 분석 모형을 도입하고 각 경제주체들의 행태와 여러 균형 조건들을 도출한다. 제Ⅲ절에서는 그러한 균형 조건들을 활용해 정상상태 및 확률적 충격이 있는 경제에서 버블자산 가치를 비롯한 여러 변수들의 동태적 움직임을 분석한다. 제Ⅳ절에서는 재분배 정책과 통화정책 조합에 따라 자산가치 및 사회후생이 어떤 영향을 받는지를 분석하고, 최적 정책 조합에 대해서도 논의한다. 제Ⅴ절에서는 결론을 맺는다.

## Ⅱ. 모 형

본 절에서는 분석 모형을 도입한다. 분석 모형은 Gali(2014) 및 김광

---

2) 물론 음의 자산가치 충격이 올 때의 효과는 정반대이다. 그러나 효용함수가 오목하기 때문에 양의 충격이 올 때 세대 간 소비 격차 감소로 인한 후생이득이 음의 충격이 올 때 세대 간 소비 격차 증가로 인한 후생손실보다 크다. 따라서 정부가  $\alpha$ 를 인하하면 전체적인 후생손실을 줄일 수 있다.

환·성병목(2018)과 유사하기 때문에 여기서는 구체적인 도출 과정 등을 되도록 생략하고 가급적 간략히 모형을 설명한다. 경제는 중첩세대들인 가계, 기업, 그리고 중앙은행과 정부로 구성된다.

## 1. 가계

각 가계는 1기와 2기의 두 시점을 살아간다. 편의상 1기를 청년기, 2기를 노년기라고 부른다. 가계는 소비를 통해 효용을 얻는다. 경제에는  $[0,1]$  구간에 연속적으로 존재하는 재화들이 있다.  $t$  시점에 경제에 진입한 세대가 1기와 2기에 소비하는 재화  $i \in [0,1]$ 을 각각  $C_{1,t}(i)$ 와  $C_{2,t+1}(i)$ 라고 부르면, 가계의 효용함수는 다음과 같이 쓸 수 있다.<sup>3)</sup>

$$\ln C_{1,t} + \beta E_t(\ln C_{2,t+1})$$

효용함수에서  $C_{1,t}$ 과  $C_{2,t+1}$ 는 여러 소비재들의 복합체를 가리키며 다음과 같이 정의된다.

$$C_{1,t} \equiv \left[ \int_0^1 C_{1,t}(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}},$$

$$C_{2,t+1} \equiv \left[ \int_0^1 C_{2,t+1}(i)^{1-\frac{1}{\epsilon}} di \right]^{\frac{\epsilon}{\epsilon-1}}$$

이 식에서  $C_{j,t}(i)$ 는  $t$  시점에 생애 중  $j$ 기를 사는 가계의  $i$ 번째 재화 소비량을 나타낸다. 그리고  $\epsilon$ 은 각 재화 사이의 대체탄력도를 의미하고  $\epsilon > 1$ 이라고 가정한다.

경제에는 매 시점  $\delta$ 의 버블자산<sup>4)</sup>이 새로 생겨난다. 그리고 새로 발생한 버블자산은 모두 그 시점에 경제에 진입한 가계에 주어진다. 한편 이전 시

3) 이후의 분석에서는 경제 전체의 시간은 "시점"이라 부르고, 각 세대의 생애는 1기, 2기로 구분하여 부른다. 예컨대  $C_{j,t}$ 는  $t$  시점에 생애 중  $j$ 기를 사는 사람의 소비를 나타낸다.

4) 이후 본고에서의 자산은 버블자산을 의미한다.

점에 발생한 버블자산 역시 경제에 존재하지만, 매 시점  $\delta$ 의 비율은 경제에서 사라진다. 그 결과 전체 자산의 합은 항상 1로 일정하다. 이후의 분석에서  $s$ 기에 발생한 버블자산의  $t$ 기 가격을  $Q_{t|s}^B$ 라고 표시한다. 가계는 또한 정부로부터 이전소득을 얻는다. 정부는  $t$  시점의 노년 세대의 자산에 세금을 부과하여 얻은 수입  $\mu_t$  중  $\alpha\mu_t$ 와  $(1-\alpha)\mu_t$ 를 그 시점의 청년 세대와 노년 세대에게 각각 지급한다. 그러므로  $\alpha$ 가 클수록 노년 세대에서 청년 세대로의 재분배를 많이 하는 것으로 해석할 수 있다. 그리고 각 가계는 청년기, 즉 1기에 1로 표준화된 노동을 완전 비탄력적으로 공급하여 실질 노동소득  $W_t$ 를 얻는다. 이런 점들을 종합하면  $t$  시점 청년 세대의 예산 제약은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\int_0^1 \frac{P_t(i)C_{1,t}(i)}{P_t} di + \frac{Z_t^M}{P_t} + \sum_{k=0}^{\infty} Q_{t|t-k}^B Z_{t|t-k}^B = W_t + \delta Q_{t|t}^B + \alpha\mu_t$$

이 식의 우변은 지금까지 논의한 소득의 합이다. 좌변은 지출의 합을 나타낸다. 첫 번째 항은 소비 지출, 두 번째 항은 채권의 가치, 세 번째 항은 버블자산의 가치를 나타낸다.  $P_t$ 는  $t$  시점의 물가지수를 나타내며 잘 알려져 있듯  $P_t \equiv \left[ \int_0^1 P_t(i)^{1-\epsilon} di \right]^{1/(1-\epsilon)}$ 로 표현된다. 버블자산의 가치는  $t-k$  시점에 발생한 버블자산 중  $t$  시점에 남아있는 양  $Z_{t|t-k}^B$ 에 그 가격  $Q_{t|t-k}^B$ 을 곱한 것을 현재와 과거 모든 시점, 즉  $k \geq 0$ 에 대해 합한 것이다.

$t$  시점에 경제에 진입한 세대는  $t+1$  시점에 노년기를 겪는다. 노년기의 소득은 배당소득  $D_{t+1}$ 과 청년기에 구입한 채권 및 버블자산, 그리고 정부 이전지출로 구성된다. 하지만 앞서 언급했듯 노년층의 자산에는  $\tau$ 의 세율로 세금이 부과된다. 그리고 모든 소득은 소비된다. 이런 점들을 고려하면 노년기의 예산 제약은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\int_0^1 \frac{P_{t+1}(i)C_{2,t+1}(i)}{P_{t+1}} di = D_{t+1} + \frac{Z_t^M(1+i_t)}{P_{t+1}}$$

$$+ (1-\tau)(1-\delta) \sum_{k=0}^{\infty} Q_{t+1|t-k} Z_{t|t-k}^B + (1-\alpha)\mu_{t+1}$$

이 식에서 청년기에 보유했던 버블자산  $Z_{t|t-k}^B$  중  $1-\delta$ 만이 남아 있음에 유의하자. 이는 앞서 가정했듯, 모든 시점에 발생한 버블자산은 그 이후의 매 시점마다  $\delta$ 의 비율로 줄어들기 때문이다.

$t$  시점에 경제에 진입한 가계의 효용 극대화 문제로부터  $j=1,2$ 기의 소비재에 대한 수요함수를 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$C_{j,t+j-1}(i) = (P_{t+j-1}(i)/P_{t+j-1})^{-\epsilon} C_{j,t+j-1}$$

또한 청년기와 노년기 사이의 소비는 다음과 같은 오일러 방정식(Euler equation)에 의해 기술된다.

$$1 = \beta(1+i_t)E_t \left\{ \frac{C_{1,t}}{C_{2,t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\} \quad (1)$$

$$Q_{t|t-k}^B = (1-\tau)(1-\delta)\beta E_t \left\{ \frac{C_{1,t}}{C_{2,t+1}} Q_{t+1|t-k}^B \right\} \quad (2)$$

또한 이후의 분석을 위해 실질이자율을 아래와 같이 정의한다.

$$R_t \equiv (1+i_t)E_t\{P_t/P_{t+1}\}$$

## 2. 기업

생산은 독점적 경쟁시장에서 활동하는 기업들에 의해 이뤄진다. 즉 각 기업은 한 소비재의 독점적 생산자이지만, 차별화의 정도가 크지 않아 다른 소비재와 경쟁해야 한다.  $t$  시점에 활동하는 기업은  $t$  시점에 경제에 진입한 세대에 의해 설립되어 생산 활동을 한 후 그 이윤을  $t+1$  시점에 노년층에게 배당을 한 후 소멸된다고 가정한다. 기업  $i$ 는  $i$ 번째 소비재의 독점적인 생산자이다. 생산  $Y_t(i)$ 는 노동  $N_t(i)$ 를 통해 생산함수  $Y_t(i) = N_t(i)$

에 따라 이뤄진다.  $t$  시점에 활동하는 기업  $i$ 의 생산물에 대한 수요함수는 가계의 수요함수를 통해 아래와 같이 주어진다.

$$Y_t(i) = (P_t(i)/P_t)^{-\epsilon} [C_{1,t} + C_{2,t}]$$

기업들은 가격경직성을 갖는다. 즉 불확실성이 해소되기 전에 가격을 정해야 하고, 불확실성이 해소된 이후에는 가격을 조정할 수 없다. 그러므로 기업은 아래와 같은 기대이윤을 극대화하는 방식으로 가격  $P_t^*$ 를 정한다.

$$E_{t-1} [ \Lambda_{t-1,t} \{ Y_t(i) P_t^* / P_t - W_t N_t(i) \} ]$$

이 식에서  $\Lambda_{t-1,t} \equiv \beta(C_{1,t-1}/C_{2,t})$ 는 확률할인인자(stochastic discount factor)를 나타낸다. 이 문제를 풀면 다음 조건을 얻는다.

$$E_{t-1} [ \Lambda_{t-1,t} Y_t \{ P_t(i) / P_t - M W_t \} ] = 0, \quad M = \epsilon / (\epsilon - 1) > 1 \quad (3)$$

만약 가격경직성 또는 불확실성이 없으면, 식 (3)은  $P_t(i) = M P_t W_t$ 로 단순화된다.

### 3. 중앙은행과 정부

중앙은행의 통화정책은 다음 식으로 대표된다.

$$1 + i_t = R E_t \Pi_{t+1} (\Pi_t / \Pi)^{\phi_\pi} (Q_t^B / Q^B)^{\phi_b} \quad (4)$$

$\phi_\pi$ 와  $\phi_b$ 는 각각 물가상승률과 자산가격이 정상상태의 기준치에 벗어날 경우 중앙은행의 금리 조정 정도를 나타낸다. 모형에서 물가수준이 결정되지 않는 경우를 피하기 위해  $\phi_\pi > 0$ 을 가정한다. 그러나  $\phi_b$ 의 부호와 크기에는 제약을 두지 않는다.

정부는 매 시점마다 노년층의 자산에서 세금을 거둬 그 시점의 청년층과

노년층에게 각각  $\alpha\mu_t$ 와  $(1-\alpha)\mu_t$ 를 이전지출로 지급한다. 정부는 매 시점 균형재정을 달성한다고 가정하면 다음과 같은 정부의 예산제약을 얻는다.

$$\tau \sum_{k=1}^{\infty} Q_{t|t-k}^B Z_{t|t-k}^B = \alpha\mu_t + (1-\alpha)\mu_t \quad (5)$$

본고에서는 정부가 세율  $\tau$ 가 주어진 상황에서 재분배 모수  $\alpha$ 를 조정하여 사회후생을 극대화하는 경우를 집중적으로 분석한다.<sup>5)</sup>

#### 4. 자산시장의 균형식

균형에서 가계와 기업은 각각의 문제를 최적화하고, 시장이 청산되어야 한다. 먼저 재화와 노동시장의 균형을 위해서는 다음 식들이 성립해야 한다.

$$C_{1,t} + C_{2,t} = Y_t = W_t + D_t$$

$$\int_0^1 Y_t(i) di = \int_0^1 N_t(i) di = Y_t = 1$$

또한 기업의 이윤극대화를 위해 다음 식들이 성립한다.

$$E_{t-1} \left\{ \beta \frac{C_{1,t-1}}{C_{2,t}} Y_t (1 - M W_t) \right\} = 0$$

또한 정부가 균형재정을 유지하기 때문에 채권 시장의 균형을 위해서는 경제 전체의 순 채권 보유량이 0이어야 한다. 따라서  $Z_t^M = 0$ 가 성립한다. 버블자산은 매 시점  $\delta$ 가 발생한 후, 그 이후 매 시점마다  $\delta$  비율만큼 사라지기 때문에,  $t-k$  시점에 발생한 버블자산의  $t$  시점 잔여량은  $\delta(1-\delta)^k$ 이다. 따라서 균형에서

5) 자산에 대한 세율이 사회후생에 미치는 영향에 대한 분석은 김광환·성병목(2018)을 참조.

$$Z_{t|t-k} = \delta(1-\delta)^k. \quad (6)$$

이 식을 이용해 버블자산의 가치를 좀 더 쉽게 표현할 수 있다. 이를 위해  $t$  시점에 새로 발생한 버블자산의 가치를  $U_t$ , 과거에 발생한 버블자산의 가치의 합을  $B_t$ , 그리고 그 둘의 합인 전체 버블자산 가치를  $Q_t^B$ 라 하자. 그러면 다음 식들이 성립한다.

$$U_t = \delta Q_{t|t}^B, \quad B_t \equiv \delta \sum_{k=1}^{\infty} (1-\delta)^k Q_{t|t-k}^B, \quad Q_t^B \equiv \delta \sum_{k=0}^{\infty} (1-\delta)^k Q_{t|t-k}^B \quad (7)$$

이 식들과 식 (6)를 연립하면 버블자산 가치의 동태적 변화에 관한 식을 얻는다.

$$Q_t^B \equiv B_t + U_t = (1-\tau)\beta E_t \left\{ \left( \frac{C_{1,t}}{C_{2,t+1}} \right) B_{t+1} \right\} \quad (8)$$

### III. 균형 자원배분

#### 1. 자산가치 변동이 소비의 분산에 미치는 영향

식 (6), (7)을 이용하면 균형에서 정부의 예산제약 식 (5)는 다음과 같이 단순화할 수 있다.

$$\tau B_t = \mu_t$$

그리고 이 식과 여러 균형 조건, 그리고 식 (5), (6), (7)을 이용하면  $t$  시점의 청년층과 노년층의 예산제약을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$C_{1,t} = W_t + U_t - B_t + \alpha \mu_t = 1 + U_t - D_t - (1-\alpha\tau)B_t \quad (9)$$

$$C_{2,t} = D_t + (1-\tau)B_t + (1-\alpha)\mu_t = D_t + (1-\alpha\tau)B_t \quad (10)$$

이 두 식으로부터  $t$  시점의 기존자산 가치  $B_t$ 의 변동이 소득에 주는 직접적 효과를 볼 수 있다. 먼저  $t$  시점 청년층의 관점에서 자산가치  $B_t$ 가 상승하면 노년기에 대비해 버블자산을 구매하기 위한 비용이 증가하여 소득을 낮추는 효과를 가진다. 하지만 균형에서  $B_t$ 의 상승에 따라 정부가 노년층에게서 거둔 자산세 수입  $\tau B_t$ 가 증가하고, 그 중  $\alpha\tau B_t$ 가 청년층을 향해 재분배된다. 따라서  $B_t$ 의 증가가 청년층의 이전소득을 증가시키는 효과 역시 존재한다. 이 두 효과를 합치면  $B_t$ 가  $t$  시점 청년층의 소득에 미치는 영향은 식 (9)의  $-(1-\alpha\tau)B_t$ 로 대표될 수 있다. 반면에  $B_t$ 의 상승이  $t$  시점의 노년층의 소득에 미치는 영향은 세후 자산  $(1-\tau)B_t$ 와 정부로부터 받는 이전소득  $(1-\alpha)\tau B_t$ 를 통해 발생한다. 이 두 효과를 합치면  $B_t$ 가  $t$  시점의 노년층 소득에 미치는 효과는  $(1-\alpha\tau)B_t$ 로 나타낼 수 있다.

식 (9)와 (10)에서 청년층과 노년층의 소비가 모두  $(1-\alpha\tau)B_t$ 에 의해 결정됨을 알 수 있다. 즉 청년층의 소비  $C_{1,t}$ 는  $(1-\alpha\tau)B_t$ 의 감소함수이고 노년층의 소비  $C_{2,t}$ 는  $(1-\alpha\tau)B_t$ 의 증가함수이다. 이러한 상황에서 만약  $B_t$ 에 영향을 주는 확률적 충격이 있다면 그러한 충격은  $C_{1,t}$ 과  $C_{2,t}$  모두의 변동성을 직접적으로 유발할 것이다. 즉 기존 버블자산 가치를 변동시키는 확률적 충격은 청년층과 노년층 모두의 소비에 변동성을 유발하는 것이다. 앞에서 정의했듯이 이러한 효과를 자산가치 변동의 직접효과라고 부른다.

이와 같이 직접효과를 통해 소비가 변하면, 총수요의 변동을 통해 기업의 생산에 영향을 준다. 그러나 가격경직성 때문에 기업은 가격을 총수요의 변동에 맞추어 조정할 수 없기 때문에 기업의 이윤도 변하게 된다. 따라서 가계의 임금  $W_t$  및 배당소득  $D_t$ 가 변한다. 그러면 식 (9)와 (10)에 의해 청년층과 노년층의 소비는 다시 한 번 영향을 받게 된다. 이처럼 자산가치의 변동이 일반균형 효과에 의해 임금 및 배당소득의 변동을 유발하고, 그에 따라 소비의 변동을 유발하는 현상을 자산가치 변동의 간접효과라고 부를 수 있다.

이처럼 버블자산 가치에 영향을 주는 확률적 충격은 직간접적으로 소득효과를 일으켜 소비에 변동성에 영향을 준다. 위험회피적인 효용함수 하에서

직접효과와 간접효과를 통한 소비의 변동성은 후생의 하락을 유발하기 때문에, 자산가치에 영향을 주는 충격은 결과적으로 후생손실을 발생시킨다. 따라서  $\alpha$ 의 조정을 통한 재분배 정책과  $\phi_b$ 의 설정을 통한 통화정책을 통해 자산가치 충격이 유발하는 직접 및 간접효과를 통한 소비 변동성을 줄이는 것이 중요한 정책 목표가 된다.

사회후생을 결정짓는 소비의 분산은 청년층과 노년층 각각의 변동성뿐 아니라 세대 간 소비 격차에도 영향을 받는다. 본 모형에서 청년층과 노년층의 소비 격차 역시 자산가치의 영향을 받는다. 앞선 논의에서 청년층의 소비는  $(1-\alpha)\tau B_t$ 의 감소함수이고, 노년층의 소비는  $(1-\alpha)\tau B_t$ 의 증가함수이다. 따라서 자산가치  $B_t$ 에 영향을 주는 충격이 오면 세대 간 소비 격차에도 영향을 줄 수 있다. 이러한 효과를 자산가치 변동의 세대 간 소비 격차 효과라고 부른다.

세대 간 소비 격차를 줄이기 위한 정책들은 실질이자율의 변화를 통해 효과를 가질 수 있다. 이 점을 이해하기 위해 채권과 관련한 오일러 방정식 (1)과 실질이자율의 정의를 결합하여 다음 식을 도출한다.

$$1 = \beta E_t \left[ R_t \frac{C_{1,t}}{C_{2,t+1}} \right] \quad (11)$$

이 식에서 어떤 가계의 청년기와 노년기 사이의 소비 변화는 실질이자율에 의해 결정됨을 알 수 있다. 뿐만 아니라 경제가 만약 정상상태 또는 그 주변에 있다면 실질이자율이 동일 시점의 청년층과 노년층의 소비 격차를 결정한다고도 해석할 수 있다. 그러므로 동일 시점의 청년층과 노년층의 소비 격차, 즉 “세대 간 소비 격차”를 줄여 그로 인한 후생손실을 줄이려면 통화정책과 재분배 정책을 통해 실질이자율을 적절히 조절해야 한다. 이후의 분석에서 중앙은행과 정부가  $\phi_b$ 와  $\alpha$ 를 조정하여 자산가치 변동의 직접 및 간접효과와 세대 간 소비 격차 효과에 어떻게 대응해야 하는지가 우리의 주된 관심사가 될 것이다.

## 2. 정상상태

제II절에서 설명된 모형의 동태적 변화를 분석하기 위해 먼저 모형의 정상상태를 분석한다. 이를 위해 경제에 어떠한 충격도 없는 상황을 고려한다. 이런 경우 자산가치의 불확실성 역시 전혀 없어야 하므로 다음 두 가지를 가정한다.

$$U_t = U > 0$$

$$B_t = E_{t-1}[B_t]$$

즉 경제에 아무런 충격도 없기 때문에 신규 버블자산의 가치는 항상 일정해야 하고, 과거에 생성된 버블자산의 가치 역시 전기의 예상을 벗어나지 않아야 한다. 이러한 가정이 성립하고 불확실성이 전혀 없는 경우, 가계 및 정부의 예산제약과 여러 균형조건들을 결합하면 소비에 관한 다음 식을 얻는다.

$$C_{1,t} = 1/M - (1 - \alpha\tau)B_t \quad (12)$$

$$C_{2,t} = 1 - 1/M + (1 - \alpha\tau)B_t \quad (13)$$

이 식은 소비와 자산가치에 관한 앞에서의 논의를 확증한다. 즉 불확실성이 전혀 없는 경우 청년층 소비  $C_{1,t}$ 는  $(1 - \alpha\tau)B_t$ 의 감소함수이고, 노년층 소비  $C_{2,t}$ 는  $(1 - \alpha\tau)B_t$ 의 증가함수가 된다. 모형에 불확실성이 없는 경우 식 (11)를 이용해 실질이자율을 다음과 같이 직접 계산할 수 있다.

$$R_t = \frac{1}{\beta} \frac{C_{2,t+1}}{C_{1,t}} = \frac{1}{\beta} \frac{1 - 1/M + (1 - \alpha\tau)B_{t+1}}{1/M - (1 - \alpha\tau)B_t} \quad (14)$$

예상했던 대로 실질이자율은 청년기와 노년기의 소비 비율에 의해 결정된다. 특히 불확실성이 없으면 실질이자율과 소비 비율은 정비례한다.

불확실성이 없는 경제에서 버블자산이 변해가는 양상을 보기 위해 식 (12), (13)과 버블자산과 관련한 오일러 방정식 (8)을 결합, 정리하여 다

음 식을 얻는다.

$$B_{t+1} = \frac{(1-1/M)(B_t + U)}{(1-\tau)\beta/M - (1-\alpha\tau)[(1-\tau)\beta + 1]B_t - (1-\alpha\tau)U} \equiv H(B_t, U) \quad (15)$$

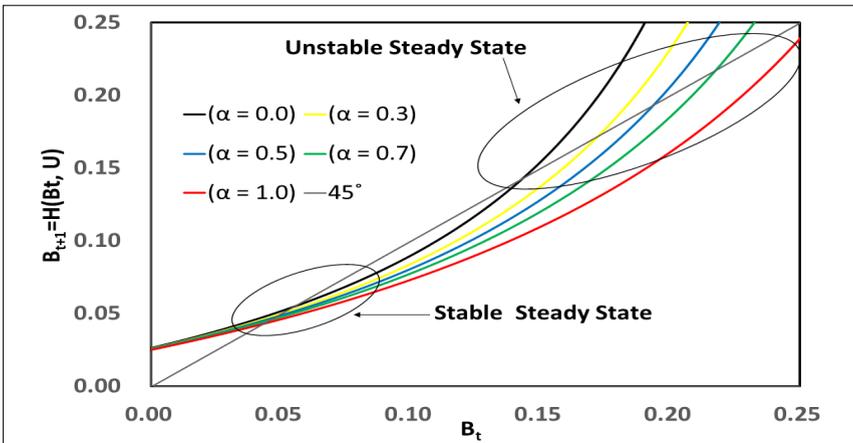
이 경제에서 버블이 존재하는 정상상태(bubbly steady state)가 존재하기 위해서는  $B = H(B, U)$ 를 만족하는  $B > 0$ 가 존재해야 한다. 김광환·성병목(2018)은 그러한 정상상태가 존재하기 위한 조건들을 다음과 같이 도출했다.

(명제 1) 버블이 존재하는 정상상태가 존재하기 위한 필요충분조건은  $M < 1 + (1 - \tau)\beta$ 이다. 다만 다음과 같은  $\bar{U}$ 에 대해서  $0 < U < \bar{U}$ 가 성립해야 한다.

$$\bar{U} \equiv \left. \begin{aligned} & \frac{(1-\tau)\beta + [1 + (1-\tau)\beta](1-W)}{(1-\alpha\tau)^2} \\ & + \frac{2\sqrt{(1-\tau)\beta[1 + (1-\tau)\beta](1-W)}}{(1-\alpha\tau)} > 0 \end{aligned} \right\}$$

(증명) 김광환·성병목(2018)을 참조.

<그림 1>  $\alpha$  변화에 따른  $H(B_t, U)$  변화(Impact of  $\alpha$  on  $H(B_t, U)$ )



명제 1의 이해를 돕기 위해 <그림 1>을 살펴보자. 식 (15)에 의해 정상상태의  $B$ 는  $H(B_t, U)$  곡선과  $B_{t+1} = B_t$ , 즉 45도 직선이 만나는 점이다. <그림 1>에서 두 함수가 만나기 위해서는 (i)  $H(B_t, U)$ 의 수직 절편이 충분히 작아야 하고, (ii)  $H(B_t, U)$ 의 기울기가 처음에는 충분히 완만해야 한다. 첫 번째 조건과 관련해,  $H(B_t, U)$ 의 수직축 절편은  $H(0, U)$ 이고,  $U$ 가 증가함에 따라 증가하는 성질을 갖는다. 따라서  $U$ 가 충분히 작아야  $H(B_t, U)$ 의 수직 절편이 작아진다. 이러한 조건으로부터  $U$ 의 상한  $\bar{U}$ 를 얻을 수 있다. 또한  $H(B_t, U)$ 의 기울기가 충분히 완만하기 위해서  $B_t = 0$ 에서의 기울기, 즉  $\frac{\partial H(0, U)}{\partial B}$ 가 충분히 작아야 한다. 이 조건으로부터  $M < 1 + (1 - \tau)\beta$ 가 도출된다. 본고에서는 정상상태가 존재하는 경우를 분석하기 위해 명제 1의 두 조건이 성립한다고 가정한다.

정상상태가 존재한다 해도 모든 정상상태가 안정적인 것은 아니다. 그림 1에서와 같이  $H(B_t, U)$ 와  $B_{t+1} = B_t$ 가 두 점에서 만날 경우,  $B$ 가 큰 정상상태는 불안정하다. 왜냐하면 약간의 교란 때문에  $B_t$ 가 그 상태에서 벗어나면 영원히 그 상태로부터 이탈하기 때문이다. 반면  $B$ 가 더 작은 정상상태에서는  $B_t$ 가 그 상태를 약간 벗어난다 해도 다시 그 정상상태로 회귀하기 때문에 안정적인 정상상태이다. 이후의 분석은 이러한 안정적인 정상상태를 중심으로 하여 진행된다.

식 (15)과 <그림 1>을 통해 안정적인 정상상태에서의 자산가치  $B$ 에 관한 중요한 사실을 관찰할 수 있다. 우선 통화정책은  $B$ 에 전혀 영향을 주지 못한다. 왜냐하면 식 (15)이 통화정책과 관련된 모수들이 전혀 포함하지 않기 때문이다. 반면에 조세 및 재분배 정책  $\alpha$ 와  $\tau$ 는  $B$ 에 영향을 줄 수 있다. 특히  $\alpha$ 가 인상되면  $B$ 는 감소하는 성질을 갖는다. 식 (15)에서  $\alpha$ 가 증가하면  $H(B_t, U)$ 가 모든  $B_t$ 에 대해서 감소하기 때문에, <그림 1>에서와 같이  $H(B_t, U)$ 와  $B_{t+1} = B_t$ 가 더 작은  $B$ 에서 처음 만나게 된다. 이런 이유로  $\alpha$ 가 인상되면 안정적 정상상태에서의 자산가치  $B$ 가 하락하게 된다. 직관적으로  $\alpha$ 가 증가하면 노년기에 버블자산과 이전소득의 합인  $(1 - \alpha\tau)B_t$ 가 감소하기 때문에 사람들이 버블자산을 보유할 유인이 줄어든다. 따라서  $\alpha$ 가 증가하면 정상상태 자산가치  $B$ 가 하락한다.

정상상태에서의 실질이자율을 분석하기 위해 식 (8)을 버블이 있는 정상

상태에서 평가하고 변형하면 다음을 얻는다.

$$U = \left[ \frac{1-\tau}{R} - 1 \right] B$$

이 식을 다시  $R$ 에 대해 풀면 다음 식을 얻는다.

$$R = (1-\tau) \frac{B}{B+U} < 1$$

이 식에서 실질이자율  $R$ 은  $B$ ,  $U$ ,  $\tau$ 에 의해 결정되기 때문에 통화정책과는 완전히 독립적임을 알 수 있다. 그러나 재분배 정책  $\alpha$ 는 정상상태 실질이자율에 영향을 준다. 즉  $U > 0$ 와  $B > 0$ 인 경우,  $R$ 은  $B$ 의 증가함수이고,  $B$ 는  $\alpha$ 의 감소함수이기 때문에 결국 정상상태 실질이자율  $R$ 은 재분배 정책  $\alpha$ 의 감소함수이다. 또한 정상상태 실질이자율은 또한 1보다 작다. 이 모형에서 실질이자율은 총이자율(gross interest rate) 형태로 표현되었으므로 순이자율(net interest rate)은 음수이다. 선행연구에서 알려져 있듯 버블자산의 가치가 폭증하지 않고 일정한 정상상태가 되려면 실질이자율은 순이자율이 관점에서 음수여야 한다.

정상상태 실질이자율이 1보다 작다는 결과는 세대 간 소비 격차에 관한 중요한 시사점을 갖는다. 식 (14)을 정상상태에서 평가하고  $R < 1$ 을 이용하면

$$R = \frac{C_2}{\beta C_1} < 1.$$

또한  $\beta$ 는 1에 가깝기 때문에 정상상태에서는  $C_1 > C_2$ 일 가능성이 크다. 즉 정상상태에는 청년층이 노년층보다 더 많은 소비를 할 가능성이 크다. 실질이자율이 1보다 작기 때문에 이 결과는 매우 직관적이다. 즉 노년기를 위한 저축의 수익률이 평균적으로 음수이기 때문에 청년기에는 저축보다 소비를 많이 하고, 노년기에는 자산이 별로 없기 때문에 소비가 작아지기 때문이다. 이처럼 정상상태 혹은 그 주변에서는 세대 간 소비 격차가

$C_1 > C_2$ 의 형태를 가지기 때문에 어떤 정책을 통해 청년층의 소비  $C_1$ 을 줄이고 노년층의 소비  $C_2$ 를 늘리면 세대 간 소비 격차의 감소를 통한 사회 후생 증가를 일으킬 수 있다. 위 식에서  $R = C_2/(\beta C_1)$ 이기 때문에 세대 간 소비 격차를 줄이기 위해서는 실질이자율을 높이는 정책을 써야 한다. 이 모형에서 그런 정책은 두 가지가 존재한다. 첫째, 재분배 정책  $\alpha$ 를 낮추어 정상상태  $R$ 을 높여 실질이자율을 높이거나, 둘째, 정상상태가 아닌 경우 중앙은행이 명목금리를 높여 실질이자율을 높이는 방법이다. 이후의 분석에서 실제로 이러한 정책들이 버블자산에 따른 후생손실을 최소화하는데 중요하게 고려될 것이다.

## 2. 불확실성이 있는 경우

불확실성이 존재하는 경우를 분석하기 위해 균형 조건들을 안정적인 정상상태 주변에서 로그 선형화(log linearization)한다. 이를 통해 모형의 동태분석을 위한 비선형 방정식들을 선형 방정식들로 근사(approximate)할 수 있다. 로그 선형화를 위해  $\hat{x}_t$ 을 변수  $x_t$ 가 정상상태에서의 값  $x$ 와 몇 퍼센트 다른지를 나타내는 변수로 정의하자. 수학적으로는  $\hat{x}_t \equiv (x_t - x)/x$ 라고 정의할 수 있다.

가계의 오일러 방정식(채권 및 버블자산) 식 (1)과 (8), 재화 시장의 균형방정식, 노년기의 예산 제약, 기업의 이윤극대화 식 (3), 중앙은행의 통화정책 식 (4)를 차례로 로그 선형화하면 다음 식들을 얻는다.

$$\hat{c}_{1,t} = E_t(\hat{c}_{2,t+1}) - \hat{r}_t \quad (16)$$

$$\hat{q}_t^B = \frac{R}{1-\tau} \hat{b}_t + \left[1 - \frac{R}{1-\tau}\right] \hat{u}_t = E_t(\hat{b}_{t+1}) - \hat{r}_t \quad (17)$$

$$\hat{c}_{1,t} + \beta R \hat{c}_{2,t} = 0 \quad (18)$$

$$\hat{c}_{2,t} = (1-\Gamma)\hat{d}_t + \Gamma\hat{b}_t, \quad \Gamma \equiv \frac{(1-\alpha\tau)\epsilon B}{1+(1-\alpha\tau)\epsilon B} \quad (19)$$

$$\hat{r}_t = \phi_\pi \hat{\pi}_t + \phi_b \hat{q}_t^B \quad (20)$$

경제에는 버블자산의 가치에 관한 확률적 충격만이 존재한다. 좀 더 구체적으로  $t$  시점에는 두 종류의 충격이 존재한다. 먼저  $t$  시점에 새로 생성된 버블자산의 가치는 외생적으로 충격에 의해 결정된다.

$$\hat{u}_t \sim iid(0, \sigma_u^2)$$

두 번째로  $t-1$  시점에 생성된 버블자산이  $t$  시점에 갖는 가치 역시 다음과 같은 충격에 의해 결정된다.

$$\hat{b}_t - E_{t-1}(\hat{b}_t) \equiv \xi_t \sim iid(0, \sigma_\xi^2)$$

즉  $\xi_t$ 는 버블자산의 가치에 관한 기대오차(expectation error)를 나타낸다. 또한  $\xi_t$ 는  $\hat{u}_t$ 와 서로 독립이고, 통화정책과도 독립적이라고 가정한다.  $\hat{b}_t$ 에 관한 위의 식을 식 (17)에 대입하고  $t-1$  시점에 평가하면 다음 식을 얻는다.

$$\hat{b}_t = \frac{R}{1-\tau} \hat{b}_{t-1} + \left[1 - \frac{R}{1-\tau}\right] \hat{u}_{t-1} + \hat{r}_{t-1} + \xi_t \quad (21)$$

자산가치  $\hat{b}_t$ 와 기대 자산가치  $E_{t-1}[\hat{b}_t]$ 의 동태적 변화를 분석하기 위해서는 두 변수의 차분 방정식을 얻어야 한다. 이를 위해 중앙은행의 통화정책에 아무런 충격이 없기 때문에  $E_{t-1}(\hat{\pi}_t) = \hat{\pi}_t$ , 즉 물가상승의 불확실성이 없다고 가정하자. 그러면 식 (16)-(21)를 연립하여 다음 두 식을 얻을 수 있다.<sup>6)</sup>

$$\hat{b}_t = \chi \hat{b}_{t-1} + (\phi_b + 1) \left(1 - \frac{R}{1-\tau}\right) \hat{u}_{t-1} + \xi_t + \kappa \xi_{t-1} \quad (22)$$

$$E_{t-1}[\hat{b}_t] = \chi E_{t-2}[\hat{b}_{t-1}] + (\phi_b + 1) \epsilon_{t-1} \quad (23)$$

6) 도출과정은 김광환·성병목(2018) 참조.

단  $\chi$ ,  $\kappa$ ,  $\epsilon_t$ 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$\chi \equiv \{1 + (1 - \alpha\tau)\epsilon B[(1 - \tau)\beta + 1]\} \frac{R}{1 - \tau}$$

$$\kappa \equiv \phi_b - (1 - \alpha\tau)\epsilon B[(1 - \tau)\beta + 1] \frac{R}{1 - \tau}$$

$$\epsilon_{t-1} \equiv \left(1 - \frac{R}{1 - \tau}\right) \hat{u}_{t-1} + \frac{R}{1 - \tau} \xi_{t-1}$$

이 식에서  $\epsilon_{t-1}$ 은  $t-1$  시점의 자산가치에 영향을 미치는 두 충격의 가중평균이다. 즉  $t-1$  시점에 새로 생성된 버블자산의 가치에 관한 충격  $\hat{u}_{t-1}$ 와 기존의 버블자산의 가치가 기대 가치를 벗어나는 충격  $\xi_{t-1}$ 의 가중평균이다.  $\hat{b}_t$ 와  $E_{t-1}[\hat{b}_t]$ 의 동태적 변화를 결정짓는 식 (22)와 (23)은 몇 가지 중요한 점을 담고 있다. 첫째, 자산가치의 지속성(persistence)은 실제 가치이든, 기대 가치이든 모두 모수  $\chi$ 에 의해서 결정된다. 둘째, 지속성을 결정하는 모수  $\chi$ 는 0과 1 사이에 위치한다.  $\chi > 0$ 인 것은 자명하지만,  $\chi < 1$ 인 점은 정상상태를 분석하기 위해 도입했던  $B_{t+1} = H(B_t, U)$  함수에서  $\chi = \partial H / \partial B$ 이기 때문이다. 현재의 분석이 안정적인 정상상태 주변에서 이뤄지는 동태적 변화를 고려하고 있기 때문에  $\partial H / \partial B < 1$ , 즉  $\chi < 1$ 이 성립한다. 그리고  $0 < \chi < 1$ 이 성립하기 때문에 자산가치 및 기대 자산가치는 발산하지 않는다.

버블자산 가치의 동태적 변화에 관한 세 번째 중요한 특징은 재정정책은 자산가치의 지속성에 영향을 줄 수 있지만, 통화정책은 그럴 수 없다는 점이다. 이는 식 (22), (23)에서  $\chi$ 가  $\alpha$ ,  $\tau$ ,  $B$ ,  $R$  등 재정정책에 의해 결정되는 모수 및 정상상태 값들로만 구성되기 때문이다. 다만 통화정책도 자산가치 자체에는 영향을 줄 수 있다. 금리가 자산가치에 대응하는 정도를 나타내는  $\phi_b$ 에 따라 전기의 신규 자산가치 충격  $\hat{u}_{t-1}$ 과 기존 자산가치 충격  $\xi_{t-1}$ 이  $\hat{b}_t$ 와  $E_{t-1}[\hat{b}_t]$ 에 미치는 영향이 증폭될 수도, 감소할 수도 있다.

마지막으로 청년층과 노년층 사이의 재분배를 결정하는  $\alpha$ 가 증가하면 자산가치의 지속성  $\chi$ 가 낮아진다. 그 이유는  $\alpha$ 가 증가하면 정상상태에서의  $B$ 와  $R$  모두 감소하기 때문이다.  $\chi$ 의 정의로부터  $\alpha$ 가 증가하고,  $B$ 와  $R$ 이

감소하면  $\chi$ 가 감소함을 알 수 있다. 즉 정부가 청년층에게 상대적으로 많은 이천지출을 하면 어떤 시점의 자산가치가 다음 시점의 자산가치에 미치는 영향을 줄어든다. 직관적으로,  $\alpha$ 의 인상이 정상상태의  $C_1$ 의 증가와  $C_2$ 의 감소를 유발해 실질이자율  $R$ 을 낮추기 때문에 자산가치의 평균 상승률  $R/(1-\tau)$ 도 줄어든다. 자산가치의 상승률이 낮아지면, 어떤 시점의 자산가치가 확률적 충격으로 인해 상승한다 해도 그 이후에 높은 자산가치를 유지하지 못하고 비교적 빠른 속도로 정상상태의 값으로 돌아가게 된다. 그러므로 자산가치의 지속성이 떨어지게 된다.

#### IV. 재분배 및 통화정책의 효과

제III절에서는 청년층을 향한 이천지출이 증가할 경우, 즉  $\alpha$ 가 인상될 경우, 안정적인 정상상태에서의 실질이자율과 자산가치가 하락한다는 점을 살펴보았다. 또한 정상상태가 아닌 경제에서  $\alpha$ 의 인상이 자산가치의 지속성을 떨어뜨린다는 결과도 얻었다. 이 절에서는  $\alpha$ 와  $\phi_b$  정책 조합이 후생 및 자산가치의 변동성에 미치는 영향을 살펴본 후, 몇 가지 정책 목표 하에서의 최적 정책 조합을 모색한다.

##### 1. 자산가치 변동성 최소화를 위한 정책 조합

먼저 정부와 중앙은행이 모두 자산가치 변동성, 즉  $Var[\hat{q}_t^B]$ 를 최소화하려는 목표를 가진 경우를 분석하자. 자산가치의 변동성이 소비의 변동성을 유발하여 후생에 악영향을 미칠 수 있으므로 이러한 정책 목표는 어느 정도의 정당성을 가질 수 있다.

이를 위해 먼저 재분배 모수  $\alpha$ 와 통화정책 모수  $\phi_b$ 가 자산가치의 변동성에 어떤 영향을 미치는지 파악해야 한다. 이러한 분석을 위해 먼저 식 (17)과 (23), 그리고  $\hat{b}_t = E_{t-1}(\hat{b}_t) + \xi_t$ 를 이용하여 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\hat{q}_t^B = \frac{R}{1-\tau} E_{t-1}(\hat{b}_t) + \epsilon_t$$

이 식을 이용해  $\hat{q}_t^B$ 의 분산을 구할 수 있다. 먼저  $\hat{u}_t$ 와  $\xi_t$ 가 독립이고 각각의 분산이  $\sigma_\xi^2$ 와  $\sigma_u^2$ 이기 때문에,  $\epsilon_t$ 의 정의를 이용해 분산을 구할 수 있다.

$$\text{Var}(\epsilon_t) = \sigma_\epsilon^2 = \left(\frac{R}{1-\tau}\right)^2 \sigma_\xi^2 + \left(1 - \frac{R}{1-\tau}\right)^2 \sigma_u^2$$

식 (23)에 의해  $E_{t-1}(\hat{b}_t)$ 은  $\epsilon_{t-1}$ 를 충격으로 갖는 AR(1) 과정이고,  $\epsilon_t$ 와는 독립이어서 공분산이 0이 된다. 이런 성질을 활용하여  $\hat{q}_t^B$ 의 분산을 다음과 같이 도출할 수 있다.

$$\text{Var}(\hat{q}_t^B) = \text{Var}[E_{t-1}(\hat{b}_t)] + \text{Var}(\epsilon_t) = \left[ \left(\frac{R}{1-\tau}\right)^2 \frac{(\phi_b+1)^2}{1-\chi^2} + 1 \right] \sigma_\epsilon^2 \quad (24)$$

이제 중앙은행과 정부가  $\phi_b$ 와  $\alpha$ 를 각각 조정하여  $\text{Var}[\hat{q}_t^B]$ 를 최소화하려는 목표를 가진다고 하자. 우선 식 (24)에서 중앙은행은 다른 모수 및 정부의 재분배 정책과 상관없이  $\phi_b = -1$ 을 선택함으로써  $\text{Var}(\hat{q}_t^B)$ 를  $\sigma_\epsilon^2$ 로 최소화할 수 있다. 통화정책 함수 식 (4) 또는 식 (20)에 의해  $\phi_b = -1$ 인 경우 중앙은행은 버블자산 가치가 1% 상승하면 금리를 1% 인하한다. 이러한 통화정책 하에서  $\hat{q}_t^B$ 의 변동성이 최소화되는 이유를 살펴보기 위해  $t-1$  시점에  $\epsilon_{t-1} > 0$ 의 충격이 발생했다고 가정하자. 중앙은행이 이러한 충격에 전혀 반응하지 않은 경우, 즉  $\phi_b = 0$ 이면, 식 (23)에 의해 다음 시점인  $t$  시점의 기대 자산가치  $E_{t-1}[\hat{b}_t]$  또한  $\epsilon_{t-1}$ 만큼 상승하게 된다. 그러나  $\phi_b = -1$ 이면 중앙은행이 자산가치 상승만큼 금리를 인하한다.  $t-1$ 와  $t$  시점 사이의 자산가치 상승률이 균형에서 자산세율로 조정된 실질이자율과 평균적으로 같기 때문에, 두 시점 사이에 기대되는 자산가치 상승률 역시 하락한다.<sup>7)</sup> 이러한 통화정책의 상쇄 효과 때문에  $t-1$  시점에 예상되는  $t$

7) 자산가치 상승률과 이자율이 동일하지 않을 경우 재정거래(arbitrage) 유인이 발생한다. 이 점은 가계의 오일러 방정식 (1)과 (2)를 비교하면 알 수 있다.

시점의 자산가치는 충격이 없는 경우와 동일하게 된다.<sup>8)</sup> 이 효과는 식 (23)에서도 확인할 수 있다. 즉  $\phi_b = -1$ 인 경우  $t-1$  시점의 충격  $\epsilon_{t-1}$ 는 다음 시점의 기대 자산가치  $E_{t-1}(\hat{b}_t)$ 에 전혀 영향을 미칠 수 없다. 결국  $\phi_b = -1$ 인 통화정책 하에서 과거 충격의 변동성은 현재 자산가치의 변동성에 전혀 영향을 주지 못하고, 오직 현재 충격의 변동성만이 영향을 줄 수 있다. 따라서 그러한 통화정책으로 통해 자산가치의 변동성을  $Var(\hat{q}_t^B) = \sigma_\epsilon^2$ 로 최소화할 수 있다.

이처럼 통화정책이  $\phi_b = -1$ 을 선택한 경우, 정부는 어떻게  $\alpha$ 를 정해야 자산가치 변동성을 최소화할 수 있을까?  $\phi_b = -1$ 이면  $Var(\hat{q}_t^B) = \sigma_\epsilon^2$ 이기 때문에 최적의  $\alpha$ 는  $\partial\sigma_\epsilon^2/\partial\alpha = 0$ 을 통해 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial\sigma_\epsilon^2}{\partial\alpha} = \frac{\partial R}{\partial\alpha} \left[ \frac{2R}{(1-\tau)^2} \sigma_\xi^2 - \frac{2}{1-\tau} \left( 1 - \frac{R}{1-\tau} \right) \sigma_u^2 \right] = 0$$

이 식을 풀어  $R$ 에 관한 조건을 얻는다.

$$R = (1-\tau)\sigma_u^2 / (\sigma_u^2 + \sigma_\xi^2) \tag{25}$$

이제  $\phi_b = -1$ 인 통화정책 하에서 자산가치의 변동성을 최소화하는  $\alpha$ 를  $\alpha^{mv}$ 라고 정의하자. 만약 식 (25)에서 구한 실질이자율에 대응되는  $\alpha$ 가 0과 1 사이에 존재하면, 그 값이  $\alpha^{mv}$ 가 되고,  $\phi_b = -1$  통화정책 하에서 자산가치의 변동성을 최소화할 수 있다. 그러나 식 (25)의 실질이자율이 너무 높아서 그에 대응되는  $\alpha$ 가 0보다 작으면  $\alpha^{mv} = 0$ 이 된다. 이런 경우는  $\sigma_u^2$ 가  $\sigma_\xi^2$ 에 비해 현저히 클 때 발생한다. 반면에  $\sigma_\xi^2$ 이 훨씬 큰 경우에는 식 (25)의 실질이자율이 너무 낮아서 그에 대응되는  $\alpha$ 가 1보다 클 수도 있다. 이런 경우  $\alpha^{mv} = 1$ 로 설정함으로써 자산가치의 변동성을 최소화할 수 있다.

8) 물론  $t$  시점에 발생한  $\epsilon_t$  충격에 의해 실제 자산가치는 기대 자산가치와 다를 수 있다.

직관적으로 버블자산의 전체 가치  $\hat{q}_t^B$ 의 변동성은 신규 자산의 가치  $\hat{u}_t$ 의 변동성과 기존 자산의 가치  $\xi_t$ 의 변동성에 달려 있다. 만약  $\sigma_\xi^2$ 이 상대적으로 커서 기존자산의 변동성이 큰 경우, 정부는  $\alpha$ 를 높여 정상상태에서의 기존자산 가치  $B$ 를 낮춘다. 이런 정책을 통해 경제에 기존자산의 비중이 작아지면, 버블자산의 전체 가치인  $\hat{q}_t^B$ 의 변동성 또한 낮출 수 있다. 반면에  $\sigma_u^2$ 가 상대적으로 크면 정부는  $\alpha$ 를 낮춰 기존자산 가치  $B$ 를 높이는 방식으로  $\hat{q}_t^B$ 에서 신규 버블자산의 비중을 줄여야 한다.

지금까지의 논의를 종합하면, 자산가치의 변동성을 최소화하기 위해 중앙은행은  $\phi_b = -1$ 을 선택해야 하고, 정부는  $\alpha$ 를 버블자산의 가치에 영향을 주는 충격들의 분산을 비교하여 선택해야 한다. 이러한 정책 조합을 통해 버블자산의 전체 가치의 분산을 최소화할 수 있다.

## 2. 후생손실 최소화를 위한 정책 조합

지금까지 통화정책과 재분배 정책이 자산가치 변동성에 미치는 효과와 그 변동성을 최소화하기 위한 정책 조합을 살펴보았다. 그렇다면 자산가치 변동성을 최소화하는 정책 조합이 사회후생 역시 극대화할까? 이 질문에 답하기 위해 통화정책과 재분배 정책이 사회후생에 미치는 영향을 분석해 보자. 선행연구에서의 방법론을 따라 본고에서는 사회후생을 소비 변동성으로 대표되는 후생손실로 표현한다. 이를 위해 Gali(2014)와 김광환·성병목(2018)의 방법론을 활용한다. 직관적으로 사회후생은 가계의 효용에 의해 결정되고, 가계의 효용은 소비에 의해 결정되며, 가계는 위험 회피적 선호를 가지기 때문에 소비의 변동성이 클수록 효용 및 사회후생이 감소하고 후생손실은 증가한다.

우선 사회후생을  $t=0$  시점에서부터 존재하는 모든 세대의 기대 효용의 기댓값(unconditional expectation)으로 다음과 같이 정의한다.<sup>9)</sup>

9) 0 시점에는 -1 시점에 경제에 진입한 후 남아있는 노년층의 효용도 고려해야 한다.

$$E\left[\beta \ln C_{1,0} + \sum_{t=0}^{\infty} \{\ln C_{1,t} + \beta E_t(\ln C_{2,t+1})\}\right] = \sum_{t=0}^{\infty} E[\ln C_{1,t} + \beta \ln C_{2,t}]$$

이 식에 의해  $t$  시점의 사회후생은  $E[\ln C_{1,t} + \beta \ln C_{2,t}]$ 으로 표현됨을 알 수 있다. 매 시점 각 세대가 처한 상황이 동일하므로 이후로는 전체 사회후생 대신 한 시점의 사회후생  $E[\ln C_{1,t} + \beta \ln C_{2,t}]$ 에 초점을 맞춘다. 이 함수를 근사하기 위해서는 생애  $j \in \{1, 2\}$ 기 소비의 정상상태 값을  $C_j$ 라고 정의하자. 그리고  $\hat{c}_{j,t} \equiv (C_{j,t} - C_j)/C_j$ 을  $t$  시점의 소비  $C_{j,t}$ 가 정상상태로부터 벗어난 정도라고 각각 정의하자. 그러면 2차 테일러 근사를 활용해 다음 식을 도출할 수 있다.

$$E[\ln C_{1,t} + \beta \ln C_{2,t}] \approx \ln C_1 + \beta \ln C_2 - \frac{1}{2} [Var(\hat{c}_{1,t}) + \beta Var(\hat{c}_{2,t})]$$

이 식을 통해 소비 변동성이 높아지면 효용 및 사회후생이 감소한다는 사실을 확인할 수 있다. 그러므로 이후의 분석에서 위 식의 대괄호 안의 항들을 후생손실(Welfare Loss)로 정의하고  $L_t(\phi_b, \alpha)$ 라고 나타낸다. 이 표현에서 후생손실이 통화정책과 재분배 정책의 함수임이 드러난다. 후생손실은 식 (18)에 의해 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$L_t(\phi_b, \alpha) \equiv Var(\hat{c}_{1,t}) + \beta Var(\hat{c}_{2,t}) = (\beta^2 R^2 + \beta) Var(\hat{c}_{2,t})$$

이 식을 통해 먼저 후생손실은 노년층 소비  $\hat{c}_{2,t}$ 의 변동성과 실질이자율  $R$ 에 의해 결정됨을 알 수 있다.<sup>10)</sup> 뿐만 아니라 식 (19)에 의해  $\hat{c}_{2,t}$ 은 기존 자산가치  $\hat{b}_t$ 와 배당소득  $\hat{d}_t$ 의 가중평균이기 때문에 그 두 변수의 변동성에 의해 다음과 같이 표현할 수도 있다.

---

10) 이 식에서 후생손실  $L_t$ 가  $R$ 에 의해 증가하는 것으로 해석하면 안 된다. 왜냐하면  $Var(\hat{c}_{2,t})$  역시  $R$ 의 함수일 수 있기 때문이다.

$$L_t(\phi_b, \alpha) = (\beta^2 R^2 + \beta) \text{Var}[(1 - \Gamma)\hat{d}_t + \Gamma\hat{b}_t]$$

이 식에서 중앙은행은 정상상태의 실질이자율  $R$ 에 영향을 줄 수 없으므로 최적 통화정책은 자산가치와 배당소득의 변동성을 동시에 고려해  $\text{Var}[(1 - \Gamma)\hat{d}_t + \Gamma\hat{b}_t]$ 을 최소화하는 데 목표를 둔다. 반면에 정부는  $\alpha$ 가 자산가치와 배당소득의 변동성뿐만 아니라 정상상태의 실질이자율에도 영향을 줄 수 있다는 점을 염두에 두고  $L_t$  전체를 최소화하려 한다.

한편 배당소득은 노년기의 예산제약에 균형조건을 부과한 후 로그 선형화함으로써 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{d}_t = & \frac{1}{\beta R} \left[ \{\phi_b - (1 - \alpha\tau)\epsilon B[(1 - \tau)\beta + 1]\} \frac{R}{1 - \tau} \xi_t \right. \\ & \left. + [\phi_b - (1 - \alpha\tau)\epsilon B] \left(1 - \frac{R}{1 - \tau}\right) \hat{u}_t \right] \end{aligned} \quad (26)$$

이 식을 통해 알 수 있는 것은 어떤 시점에 버블자산의 가치를 상승시키는 충격이 오면,  $\phi_b > 0$ 인 통화정책 없이는 배당소득이 도리어 감소한다는 점이다. 그 이유를 알기 위해 자산가치  $\hat{b}_t$ 을 상승시키는 충격이 왔다고 가정하자. 그러면 노년층의 소비는 식 (19)에 의해  $\Gamma\hat{b}_t$  증가하고, 청년층의 소비는 식 (18)에 의해  $\beta R\Gamma\hat{b}_t$ 만큼 감소한다. 그러나 정상상태에서  $\beta R < 1$ 이기 때문에 전체 소비는 증가한다. 이러한 소비 증가에도 불구하고, 기업들은 가격경직성 때문에 가격을 조정할 수 없기 때문에 이윤과 배당이 감소하는 것이다. 따라서 결과적으로 노년층의 배당소득은 감소하게 되어 식 (26) 같은 결과가 나온다.<sup>11)</sup>

이제 식 (26)을  $\hat{b}_t$ 에 관한 식 (22)와 연립하고 분산을 계산하면 후생손실에 관한 다음 식을 얻는다.<sup>12)</sup>

11) 반면에 청년층의 임금은 증가한다. 균형 조건  $W_t + D_t = 1$ 에 의해  $(1 - 1/M)\hat{d}_t + 1/M\hat{w}_t = 0$ 이기 때문이다.

12) 이 식의 구체적 도출 과정은 김광환·성병목(2018)을 참조.

$$L_t(\phi_b, \alpha) = \left(1 + \frac{1}{\beta R^2}\right)(1 - \Gamma)^2 \left[ \{\phi_b - (1 - \alpha\tau)\epsilon B\}^2 + \frac{\{(1 - \alpha\tau)\beta R\epsilon B\}^2}{1 - \chi^2}(\phi_b + 1)^2 \right] \sigma_\epsilon^2 \quad (27)$$

이 식에서도 중앙은행은  $\phi_b$ 를 선택해 대괄호 안의 식만을 최소화할 수 있다. 그러나 정부는  $\alpha$ 를 조정해 전체적인 후생손실을 최소화할 수 있다. 이런 점을 감안하여 정부가  $\alpha$ 를 먼저 정하면 중앙은행이 주어진  $\alpha$ 에서  $\phi_b$ 를 정한다고 가정한다.

먼저 중앙은행의 문제를 살펴보자. 먼저 식 (27)의 형태에서 추측할 수 있듯이  $\phi_b = -1$ 은 일반적으로 후생손실을 최소화하지 않는다.  $\phi_b = -1$ 일 경우 식 (27)의 대괄호 안의 두 번째 항은 0이 되지만, 첫 번째 항은 매우 클 수 있기 때문이다. 후생손실을 최소화하는  $\phi_b^*$ 는  $\partial L_t / \partial \phi_b = 0$ 을 통해 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$\phi_b^* = -\psi + (1 - \psi)(1 - \alpha\tau)\epsilon B, \quad \psi \equiv \frac{[(1 - \alpha\tau)\epsilon B\beta R]^2}{1 - \chi^2 + [(1 - \alpha\tau)\epsilon B\beta R]^2} \quad (28)$$

이 식에서 볼 수 있듯 사회후생을 극대화하는  $\phi_b^*$ 는  $\psi$ 를 가중치로 하는  $-1$ 과  $(1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 의 가중평균임을 알 수 있다. 따라서  $\phi_b^* > -1$ 이다. 즉 자산가치를 1% 상승시키는 충격이 올 때 금리를 1%보다는 적게 내리거나 올려야 하는 것이다. 이 결과는 최적 통화정책이 자산가격 변동성과 배당소득 변동성을 모두 고려하기 때문에 나타난다. 만약 중앙은행이  $\phi_b = -1$ 인 통화정책을 채택하면  $t$  시점의 충격은 기존자산 가치  $\hat{b}_t$ 의 변동성을 유발하지만, 그 이후 시점의 자산가치 변동성은 전혀 증가시키지 않는다. 하지만 그러한 통화정책은 식 (26)을 통해 노년층의 배당소득과 청년층의 임금소득의 변화폭을 크게 늘린다.<sup>13)</sup> 그리고 이로 인한 소비의 변동성은 매우 큰 후생손실을 유발할 수 있다.

반면 중앙은행이  $\phi_b = (1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 을 선택하면 배당소득의 변동성을 최소

13) 균형 조건  $W_t + D_t = 1$ 에 의해  $(1 - 1/M)\hat{d}_t + 1/M\hat{w}_t = 0$ 이기 때문.

화할 수 있다. 이를 확인하기 위해  $\phi_b = (1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 를 식 (26)에 대입하면  $\hat{d}_t = (1 - \alpha\tau)\epsilon B\xi_t$ 로 단순화되어 배당소득의 변동성이 작아지게 된다.<sup>14)</sup>  $\phi_b = (1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 로 양의 값을 취하면 자산가치를 상승시키는 충격이 올 경우 금리를 인상한다는 뜻이 된다. 이러한 통화정책을 통해 자산가치 상승 충격 때문에 증가한 소비 증가를 억제할 수 있기 때문에, 기업의 이윤 및 배당의 감소 또한 억제할 수 있다. 결국 자산가격 상승에 따라 금리를 인상하는 정책을 통해 배당 및 임금소득의 변동성을 낮출 수 있는 것이다.

이러한 논의를 통해 통화정책의 두 정책목표가 서로 상충하는 점이 있다는 사실을 알 수 있다.  $\phi_b = -1$ 이면 자산가치의 변동성이 최소화되지만 배당소득의 변동성은 증폭되는 반면,  $\phi_b = (1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 이면 배당소득의 변동성은 감소하지만 자산가치의 변동성은 증폭되는 것이다. 이 점은 식 (27)를 통해서도 확인할 수 있다.  $\phi_b = -1$ 이면 후생손실에 관한 식 (27)의 대괄호 안 두 번째 항이 0이 되지만 첫 번째 항은 매우 커지고, 반대로  $\phi_b = (1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 이면 첫 번째 항은 0이 되지만 두 번째 항은 매우 커진다. 그러므로 후생손실을 최소화하기 위해서는  $\phi_b$ 를 그 두 값의 가중평균으로 설정해야 하는 것이고,  $\psi$ 는 그 두 고려사항 중 어느 쪽이 후생손실에 더 중요한지를 나타내는 것이다.

이제 중앙은행이  $\phi_b^*$ 를 선택하는 통화정책을 펼칠 때, 정부는  $\alpha$ 를 어떻게 선택해야 하는지를 살펴보자. 이를 위해 식 (28)에서 계산된  $\phi_b^*$ 를 식 (27)에 대입하고 정리하면 후생손실을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$L_t(\phi_b^*, \alpha) = \left(1 + \frac{1}{\beta R^2}\right) \psi \sigma_\epsilon^2 \quad (29)$$

이러한 후생손실을 최소화하는  $\alpha$ 를  $\alpha^*$ 라고 하자. 그러면  $\alpha^*$ 는 자산가치의 변동성을 최소화하는  $\alpha^{mv}$ 와 다르다. 왜냐하면  $\alpha^*$ 는 위의 식 전체를 최

14) 실제로 배당소득만의 변동성을 최소화하는  $\phi_b$ 는  $(1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 에 다른 양의 모수들이 곱해진 형태를 취한다. 그 식은 김광환·성병목(2018)을 참조. 그러나 배당소득과 자산가치 사이에 상관관계가 존재하기 때문에  $\phi_b^*$ 는 배당소득만의 변동성을 최소화하는 값과 -1의 가중평균이 아닌  $(1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 과 -1의 가중평균으로 결정된다.

소화하도록 정해지지만,  $\alpha^{mv}$ 는 위 식의 일부인  $\sigma_\epsilon^2$ 만을 최소화하도록 정해지기 때문이다.

또한 식 (29)은 정부는  $\alpha^*$ 를 정함에 있어 통화정책은 영향력이 없는 측면도 최적화해야 함을 보여준다. 식 (29)의 첫 부분은 정상상태 실질이자율  $R$ 의 감소함수이다. 이는  $R$ 이 증가하면 정상상태 주변에서 노년층의 소비가 늘고 청년층의 소비가 감소하여 세대 간 소비 격차가 감소하기 때문에 후생손실이 줄어드는 점을 반영한다. 따라서 이 부분만을 고려하면  $\alpha^* = 0$ 으로 정해 정상상태 실질이자율을 최대한으로 높여야 한다. 또한 식 (29)의 두 번째 부분은  $\psi$ 가 증가하면  $\phi_b = \phi_b^*$ 일 때의 후생손실이 증가함을 보여준다. 따라서 그 부분만을 고려하면  $\psi$ 가  $\alpha$ 의 감소함수라는 점으로부터  $\alpha^* = 1$ 로 정해야 후생손실이 최소화된다. 직관적으로 만약 정부가  $\alpha = 1$ 로 정하면  $\psi$ 가 최소화되어 중앙은행은  $\phi_b^*$ 를  $(1 - \alpha\tau)\epsilon B$ 에 가깝게 설정하여 배당소득 변동성을 최소화하려 할 것이다. 그러면 후생손실은 주로 자산가치 변동성을 통해 발생하게 된다. 그러나  $\alpha = 1$ 이기 때문에 후생손실의 일반형인 식 (27)에서  $(\phi_b + 1)^2$ 의 계수가 최소화되어 그로 인한 후생손실은 매우 작아질 것이다. 따라서 식 (29)의 두 번째 부분만을 고려하면 정부가  $\alpha$ 를 최대화하여 이러한 결과가 나오도록 유도하는 것이 사회적으로 바람직하다.

### 3. 통화정책과 재분배 정책의 목표가 다른 경우

지금까지 통화정책이 후생손실 극대화를 위해  $\phi_b = \phi_b^*$ 를 선택한 경우에 재분배 정책과의 조합에 대해 살펴보았다. 하지만 중앙은행의 통화정책이 나름의 정책목표를 달성하기 위해 정부와 독립적으로 수행되기도 한다. 그러므로 중앙은행이 독립적으로 자산가치 변동성의 최소화를 목적으로  $\phi_b = -1$ 을 선택하지만, 정부는 후생손실 최소화를 목적으로 재분배 정책을 정하는 경우를 분석해 보자.

중앙은행이 자산가치 변동성 최소화를 위해  $\phi_b = -1$ 을 선택하면 그 때의 후생손실은 식 (27)를 이용해 다음과 같이 단순화된다.

$$L_t(-1, \alpha) = \left[ 1 + \frac{1}{\beta R^2} \right] \sigma_\epsilon^2 \quad (30)$$

이 후생손실을 최소화하기 위한  $\alpha$ 가 0과 1 사이에 존재하면 다음 일계조건을 만족한다.

$$\frac{\partial L_t(-1, \alpha)}{\partial \alpha} = - \left( \frac{2}{\beta R^3} \right) \frac{\partial R}{\partial \alpha} \sigma_\epsilon^2 + \left[ 1 + \frac{1}{\beta R^2} \right] \frac{\partial \sigma_\epsilon^2}{\partial \alpha} = 0 \quad (31)$$

이 식에서  $\partial R / \partial \alpha < 0$ 이기 때문에 첫 번째 항은 항상 0보다 크다. 따라서 이 결과를 활용해 식 (30)의 후생손실을 최소화하는  $\alpha$ 의 크기를 가늠해 볼 수 있다. 이를 위해  $\alpha^{mv}$ , 즉  $\phi_b = -1$ 일 때 자산가치 변동성  $\sigma_\epsilon^2$ 을 최소화하는  $\alpha$ 를 다시 고려하자. 그리고  $\partial \sigma_\epsilon^2 / \partial \alpha$ 가  $\alpha$ 의 증가함수, 즉  $\sigma_\epsilon^2$ 이  $\alpha$ 의 볼록함수라고 가정하자. 그러면  $\partial \sigma_\epsilon^2 / \partial \alpha$ 는 0과 한 번만 만나는 증가함수의 형태를 띠게 된다. 그런데 식 (31)의 첫 번째 항이 항상 0보다 크기 때문에  $\partial L_t(-1, \alpha) / \partial \alpha$ 의 그래프는  $\partial \sigma_\epsilon^2 / \partial \alpha$ 의 그래프보다 위에 위치하게 된다. 그 결과, 식 (31)을 만족하는  $\alpha$ 는  $\partial \sigma_\epsilon^2 / \partial \alpha = 0$ 을 만족하는  $\alpha$ 보다 더 작게 된다. 그러므로 식 (30)의 후생손실을 최소화하는  $\alpha$ 에 대해서  $\alpha \leq \alpha^{mv}$ 이 성립한다.<sup>15)</sup> 특히 식 (31)을 만족하는  $\alpha$ 와  $\alpha^{mv}$ 가 모두 0과 1 사이에 존재하면  $\alpha < \alpha^{mv}$ 이 성립해야 한다. 즉 중앙은행이 자산가치 변동성 최소화를 위해  $\phi_b = -1$ 을 선택했다 해도 정부가 후생손실 최소화를 목표로 한다면 자산가치 변동성 최소화를 목표로 할 때보다  $\alpha$ 를 낮추어야 한다.

이 결과는 정부가 후생손실 최소화를 위해 세대 간 소비 격차도 고려하기 때문에 나타난다. 이미 논의했듯이 정부가  $\alpha$ 를 낮추어  $R$ 을 높이면 청년층과 노년층의 소비 격차가 감소하여 소비의 전체적인 분산이 감소한다. 즉 노년층의 자산 및 이전소득을 늘리고 청년층의 이전소득을 줄임으로써, 노년층과 청년층의 소비 격차를 줄여 후생손실을 줄이려는 것이다. 그러므로 중앙은행이 자산가치 변동성만을 고려하는 경우에도, 정부가 후생손실 최소

15)  $\alpha = \alpha^{mv}$ 은  $\alpha^{mv}$ 가 0 또는 1인 경우에 가능하다.

화를 목표로 한다면 자산가치 변동성 최소화만을 목표로 할 때보다는  $\alpha$ 가 더 낮아야 한다.

## V. 결 론

본고에서는 버블자산이 존재하는 경제에서 통화정책과 재분배 정책의 효과를 분석하고, 각각의 정책목표를 달성할 수 있는 정책 조합을 모색했다. 특히 노년층에게서 자산세를 거둬 청년층에게 일부를 재분배하는 정책의 효과를 증점적으로 살펴보았다. 먼저 정상상태를 분석한 결과, 청년층으로의 재분배 비율을 높이면 자산 보유의 유인이 약해지면서 자산가치가 하락했고, 청년층의 소비 증가가 노년층의 소비 감소 때문에 실질이자율도 하락했다. 이어서 자산가치에 확률적 충격이 가해지는 경제에서 중앙은행과 정부가 (i) 자산가치 변동성 최소화를 공동 목표로 할 때, (ii) 후생 손실 최소화를 공동 목표로 할 때, 그리고 (iii) 둘의 목표가 상이할 때를 각각 분석하여 정책 조합의 성격을 규명했다.

본 연구는 자산 버블이 존재하는 경제에서의 정책 효과를 정교한 동태적 모형에서 분석했다는 점에서 의미를 가진다. 또한 자산세와 이전지출을 통한 세대 간 소득 및 자산의 재분배의 효과를 분석했다는 점에서도 기여가 있다. 그러나 본 연구가 소수의 모수만을 포함한 비교적 단순한 모형을 사용했기 때문에 수치계산(calibration)을 통한 정량분석은 할 수 없었다. 또한 분석의 편의상 본질적 가치가 0인 버블자산을 고려했다는 한계점도 있다. 그러므로 향후 이러한 한계점들을 극복한 연구를 통해 자산 버블이 존재할 경우의 최적 정책 조합에 관한 분석을 한다면 정책적 기여가 매우 클 것으로 기대된다.

◆ 참고문헌 ◆

- 김광환·성병목 (2018), “자산버블과 조세 및 최적 통화정책,” 『시장경제연구』, 제47집 제2호, 45-98.
- Kim, K., and B. Sung (2018). “Asset Bubbles, Taxation, and Optimal Monetary Policy,” *Journal of Market Economy*, 44(2), 45-98 (written in Korean).
- Adam, Klaus and Woodford, Michael (2013), “Housing Prices and Robustly Optimal Monetary Policy,” *Working Paper*, University of Mannheim and Columbia University.
- Auclert, Adrien (2017), “Monetary Policy and the Redistribuition Channel,” mimeo.
- Amaral, Pedro (2017), “Monetary Policy and Inequality,” *Federal Reserve Bank of Cleveland Economic Commentary*, No. 2017-01.
- Bernanke, S. Ben. and Gertler, Mark (2000), “Monetary Policy and Asset Price Volatility,” *NBER Working Paper* No. 7559.
- Bernanke, S. Ben (2010), “Monetary Policy and Housing Bubble,” *Speech at the Annual Meeting of the American Economic Association*, Atlanta, Georgia.
- Filardo, Andrew (2004), “Monetary Policy and Asset Price Bubbles: Calibrating the Monetary Policy Trade-offs Housing Bubble,” *BIS Working Papers* No. 155.
- Furcerim, Davide, Loungani, Prakash, Zdzienicka, Aleksandra (2016), “The Effects of Monetary Policy Shocks on Inequality,” *IMF Working Paper* WP/16/245.
- Gali, Jordi (2014), “Monetary Policy and Rational Asset Bubbles,” *American Economic Review*, 104(3), 721-752.
- Haltom, Renee (2012), “Monetary Policy and Rational Asset Bubbles,” *Federal Reserve Bank of Richmond, Region Focus*, 2nd/3rd Quarter.
- Kashkari, Neel (2017), “Monetary Policy and Bubbles,” *Federal Reserve Bank of Minneapolis*, 721-752.
- Kiyotaki, Nobuhiro and Moore, John (1997), “Credits and Cycle,” *Journal of Political Economy*, 105(2), 211-248.

- Kocherlakota, Narayana R. (1992), "Bubbles and Constraints on Debt Accumulation," *Journal of Economic Theory*, 57(1), 245-256.
- Miao, Jianjun, Wang, Pengfei and Zhou, Jing (2015), "Asset Bubbles, Collateral, and Policy Analysis," *Journal of Monetary Economics*, 76, 57-70.
- Mishkin, S. Frederic (2008), "How Should We Respond to Asset Price Bubbles?" *Speech At the Wharton Financial Institutions Center and Oliver Wyman Institute's Annual Financial Risk Roundtable*, Philadelphia, Pennsylvania.
- OECD (2017), "Tax Policy Reforms 2017 OECD and Selected Partner Economies."
- Pastor, Lubos and Veronesi, Pietro (2015), "Income Inequality and Asset Prices Under Redistributive Taxation," *NBER Working Paper No. 21668*.
- Santos, Manuel S. and Woodford, Michael (1997), "Rational Asset Pricing Bubbles," *Econometrica*, 65(1), 19-57.
- Trichet, Jean-Cluade (2005), "Asset Price Bubbles and Monetary Policy," *Speech At MAS Lecture*, Singapore.
- Tirole, Jean (1985), "Asset Bubbles and Overlapping Generations," *Econometrica*, 53(6), 1499-1528.

## Intergenerational Redistribution and Monetary Policy with Asset Bubbles

Byeong Mook Sung\* · Kyung-woo Lee\*\* · Kwang Hwan Kim\*\*\*

### Abstract

This paper analyzes the optimal policy mix when asset bubbles exist in an overlapping-generations model with nominal rigidity. Government redistributes income across generations through an asset tax and transfer payments, and the central bank adjusts the interest rate in response to asset prices. We find that if both the government and the central bank minimize the volatility of bubble assets' prices, the interest rate should move one-for-one with bubble prices, but in opposite directions, whereas the redistribution policy depends on the source of the bubble price volatility. However, when the government minimizes the welfare loss due to consumption volatility, it reduces the consumption gap between the young and the old through the redistribution policy. Finally, if both policy makers minimize the welfare loss, the monetary policy should take into account both direct and indirect effects of the bubble price volatility. Moreover, the redistribution policy should consider the generational consumption gap in addition to those effects.

**KRF Classification : B030300, B030600, B030501**

**Key Words : asset bubble, redistribution policy, monetary policy, asset price volatility, consumption volatility**

---

\* First Author, Ph.D. candidate, School of Economics, Yonsei University, e-mail: sung.byungmook@gmail.com

\*\* Assistant Professor, School of Economics, Yonsei University, e-mail: kwlee76@yonsei.ac.kr

\*\*\* Corresponding Author, Associate Professor, School of Economics, Yonsei University, e-mail: kimkh01@yonsei.ac.kr