한국경제학보 제22권 제3호
The Korean Journal of Economics Vol. 22, No. 3 (Autumn 2015)

능력, 생산성, 보조수단을 고려한 경합: 지대소진에 대한 분석*

박 성 훈**

요 약 본 연구는 보조수단을 고려한 경합에서 (i) 경기자가 보조수단을 사용하는지, 사용한다면 (ii) 지대소진이 증가하는지에 대해 분석한다. (i)을 분석하기 위해 비대칭 경합능력과 대칭 노력생산성을 추가한 모형을 고려하여, 제1단계에 노력수단을 선택하고 제2단계에 노력수준을 선택하는 2단계 게임을 고려한다. 역진귀납을 적용하여 다음의 결과를 얻는다. 첫째, 비대칭 경합능력을 고려한 모형에서 하부게임완전균형(SPNE)은 존재하지 않으며, 제2단계 하부게임만을 고려할 때 경기자는 보조수단을 선택하지 않는 하부게임을 선호한다. 둘째, 대칭 노력생산성을 고려한 모형에서 SPNE는 존재하며, 상금이 일정수준 이상이고 노력생산성이 높으면 한 경기자는 보조수단을 사용하고 경쟁자는 보조수단을 사용하지 않지만, 노력생산성이 낮으면 모든 경기자는 보조수단을 사용한다. (ii)를 분석하기 위해 Tullock 모형에서 유도된 지대소진과 대칭 노력생산성을 고려한 모형에서 유도된 지대소진을 비교하며, 노력생산성이 높은 경우에 보조수단의 선택을 통해 지대소진이 감소될 수 있음을 보인다.

주제분류 : B030200
핵심 주제어 : 경합, 능력, 기대보수, 보조수단, 생산성, 지대소진

* 귀한 심사평을 보내주신 익명의 심사위원들께 감사드린다. 본 연구에 나타날 수 있는 오류는 저자의 책임임을 밝힌다.

** 조선대학교 경상대학 경제학과 부교수, 주소: 501-759 광주광역시 동구 필문대로 309, Tel: 062-230-6839, Fax: 031-250-3117, e-mail: park@chosun.ac.kr

Ⅰ. 서 론

경합은 경제 주체들이 주어진 상금(prize)을 획득하기 위하여 경쟁하는 상황으로, 현실에서 자주 목격된다. 경합의 예로는 로비 경합(lobbying contest), 기업간 R&D 경합(R&D contest), 환경분쟁(environmental conflict), 소송(litigation), 스포츠(sports event), 미인대회(beauty contest) 등을 들 수 있다. 이를 반영하여 Tullock(1967, 1980) 이후에 경합이론(contest theory)에 대한 관심은 지속적으로 증가하고 있으며, 특히 경합모형을 이용하여 당사자(또는 경기자)의 전략적 행위를 파악하고, 당사자의 행위에 의한 지대소진(rent dissipation)을 분석하는 연구가 활발히 진행되고 있다.[1] 주요 선행연구로는 박성훈(2015), 박성훈·이명훈(2014), Baik(1999), Baik and Kim(1997), Baik and Lee(2000), Baik and Shogren(1992), Dixit(1987), Epstein and Hefeker(2003), Epstein *et al.*(2008), Farmer and Pecorino(1999), Hurley(1998), Lee(2003), Nitzan(1994), Shaffer and Shogren(2008) 등을 들 수 있다.

주요 선행연구들의 결과를 요약하면 다음과 같다. Dixit(1987)는 두 경기자 중에서 우세자(favorite)가 선도자(leader)와 추종자(follower)가 되는 경우를 고려하면서, 선도자가 되는 경우에 지대소진이 가장 높음을 보였다.[2] 이에 반해 Baik and Shogren(1992)은 우세자는 스스로 선도자가 되기를 원하지 않으며, 오히려 열세자(underdog)가 선도자가 되어 지대소진이 감소되는 것을 보였다.

Baik(1999)은 독점이윤을 획득하려는 잠재적 독점기업(들)과 기업의 독점권을 방지(소비자운동)하려는 소비자단체가 경쟁하는 상황에서 지대소진의 증감을 분석하였다. Baik(1999)은 잠재적 독점기업이 1개인 경우에

1) 지대소진이란 경기자들이 이윤을 극대화하는 과정에서 발생하는 사회적 자원비용에 해당된다. Hurley(1998: p.289)는 지대소진을 다음과 같이 정의한다. “the total expenditure of resources by all agents attempting to capture a rent or prize”.

2) Dixit(1987)는 상금을 획득할 확률이 50% 이상인 경기자를 “favorite”, 이하인 경기자를 “underdog”로 표현하였다. 본 연구는 국내 선행연구들에 따라 favorite를 우세자로, underdog를 열세자로 번역하여 사용한다.

소비자운동이 지대소진을 증가시키지만, 잠재적 독점기업이 2개 이상인 경우에는 소비자운동이 지대소진을 감소시킴을 보였다. 잠재적 독점기업들이 동일한 특성을 지닌 것으로 가정한 Baik(1999)과 달리 박성훈・이명훈(2014)은 잠재적 독점기업들이 상이한 독점이윤을 지닌 것으로 가정하였다. 박성훈・이명훈(2014)은 기업들이 얻게 되는 독점이윤의 차이가 크지 않다면, 소비자운동이 지대소진을 감소시킬 수 있음을 보였다.

Baik and Kim(1997)은 (a) 두 명의 당사자들이 직접 경쟁하는 모형, (b) 한 당사자의 대리인과 다른 당사자가 경쟁하는 모형, (c) 당사자들의 대리인이 경쟁하는 모형을 고려하면서, 각 모형에서 유도된 지대소진을 비교하였다. Baik and Kim(1997)은 당사자가 경합에 임하는 모형에 비해 상금의 가치를 높게 부여하는 당사자가 대리인을 고용하거나, 당사자들이 모두 대리인을 고용하는 모형에서 지대소진이 작아짐을 보였다. 박성훈(2013)은 세 개의 모형을 고려하였다: (1) 당사자들이 직접 경쟁하는 모형; (2) 당사자들이 대리인을 고용하여 대리인과 함께 경쟁하는 모형; (3) 당사자들의 대리인이 경쟁하는 모형. 박성훈(2013)은 대리인이 경쟁하는 모형에서 지대소진이 가장 작음을 보임으로써, Baik and Kim(1997)의 결과를 지지하였다.

위에 언급한 선행연구들은 경기자(당사자 또는 대리인)가 '단수의 노력수단'(one instrument)을 사용하는 것을 가정한다. 하지만 현실에서는 경기자가 '복수의 노력수단'(multiple instruments), 즉 주요수단(main instrument)과 보조수단(second instrument)을 사용하는 상황을 자주 목격할 수 있다. 하나의 예로, 국내 시장에서 '해외기업'과 경쟁하는 '국내기업'의 행위를 들 수 있다. 국내기업은 정부(government)에 돈을 제공하거나 정당(political parties)에 돈을 기부함으로써, 수입품에 관세가 부과되도록 로비할 수 있다. 이외에도 수입품이 환경에 유해하다고 판단하는 환경단체의 항의나 시위를 도울 수 있다. 이러한 예에서 볼 수 있듯이, 기업은 정치적 결정과정에 영향을 주기 위해 로비만 하는 것이 아니라, 다양한 수단을 동원하여 그 과정에 영향을 주어, 기업의 이익을 증가시킬 수 있다[3)]

3) 해외기업 역시 자신의 이익을 극대화하기 위해 다수의 노력수단을 동원할 수 있다. 예를 들어, 자국 및 수입국 정부에 대한 로비를 할 수 있으며, 전문가를 활용하여 개방경제의 장점을 홍보할 수 있다.

(Epstein and Hefeker, 2003: pp.81-82). 이러한 현실을 고려하여 박성훈(2015)과 Epstein and Hefeker(2003)는 상금의 가치를 다르게 평가하는 경기자들이 복수의 노력수단을 사용하는 경합모형을 고려하였다. 이들 선행연구들은 다음의 두 가지 질문에 대한 답을 제시하고자 하였다.

〈질문 1〉 어떤 특성을 지닌 경기자가 보조수단을 사용하는가?
〈질문 2〉 복수의 노력수단은 지대소진을 증가시키는가?

박성훈(2015)과 Epstein and Hefeker(2003)는 동일한 모형을 사용하면서도 두 질문에 대해 다른 답을 제시한다. 〈질문 1〉에 대해 Epstein and Hefeker(2003)는 경기자가 부여하는 상금의 가치가 일정 수준 이상이 되면 경기자들이 복수의 노력수단을 사용하는 상황을 보였다. 이에 반해 박성훈(2015)은 상금의 가치를 상대적으로 낮게 평가하는 경기자는 단수의 노력수단을 사용하지만, 가치를 높게 평가하는 경기자는 복수의 노력수단을 사용하는 것을 보였다. 〈질문 2〉에 대해 Epstein and Hefeker(2003)는 각 경기자가 평가하는 상금의 차이가 일정 수준 이상이면 단수의 노력수단을 사용하는 경합에 비해 복수의 노력수단을 사용하는 경합이 지대소진이 작음을 보였다. 이에 반해 박성훈(2015)은 상금의 절대적 크기가 일정 수준이상이면, 모든 경기자들이 단수의 노력수단을 사용하는 경합에 비해 한 경기자가 복수의 노력수단을 사용하고 경쟁자는 단수의 노력수단을 사용하는 경합이 지대소진이 작음을 보였다.

동일한 질문에 상이한 답이 제시된 것은 두 선행연구가 상이한 가정을 두었기 때문이다. Epstein and Hefeker(2003)는 보조수단의 선택에 따른 지출이 양(positive)의 값을 갖게 되면 경기자가 복수의 노력수단을 사용하는 것으로 가정하였다. 하지만 박성훈(2015)은 보조수단을 선택하기 위한 조건으로 하나의 가정을 추가하였다: 즉 보조수단의 선택에 따른 지출이 양의 값을 가질 뿐 아니라, 복수의 노력수단을 사용하는 경우에 기대보수(expected payoff)가 증가해야 한다. 이러한 가정은 각 경기자가 보조수단을 전략적으로 선택할 수 있다는 것을 의미하는 것이다.

본 연구는 박성훈(2015)에 따라 경기자가 보조수단을 전략적으로 선택할 수 있는 상황을 가정하면서, 박성훈(2015)과 달리 (1) 각 경기자의 ‘비

대칭 경합능력'(asymmetric ability of contest)을 고려한 모형과 (2) 경기자들의 '대칭 노력생산성'(symmetric productivity of effort)을 고려한 모형을 설정한다. 보조수단과 비대칭 경합능력을 고려한 모형(이하, 비대칭능력 모형)에서는 경합에 임하는 경기자들이 상이한 능력을 지닌 상황을 설정하며, 보조수단과 대칭 노력생산성을 고려한 모형(이하, 대칭생산성 모형)에서는 경기자들의 생산성을 명시적으로 고려한다. 본 연구의 주요 목적은 두 가지 모형에서 위에 제시한 〈질문 1〉과 〈질문 2〉에 대한 답을 제시하는 것이다.

본 연구의 구성은 다음과 같다. 제Ⅱ절에서는 본 논문의 모형을 소개한다. 제Ⅲ절에서는 Tullock 모형—경기자들이 주요수단만을 사용하는 경우—에서 노력수준에 대한 내쉬균형(Nash equilibrium)을 유도한다. 제Ⅳ절에서는 경기자들이 보조수단을 선택하는 모형의 내쉬균형을 유도하며, 이를 위해 역진귀납법(backward induction)을 적용한 2단계 하부게임 모형을 사용한다. 먼저 제2단계 하부게임들에서 경기자들의 노력수준에 대한 하부게임균형(SNE: subgame Nash equilibrium)을 유도하고 SNE의 특성을 분석한다. 다음으로 제1단계 하부게임을 고려한 전체게임으로부터 보조수단의 선택유무와 노력수준에 대한 하부게임완전균형(SPNE: subgame perfect Nash equilibrium)을 유도한다. 본 절에서는 비대칭능력 모형에서 SPNE가 존재하지 않음을 보이며, 대칭생산성 모형에서 SPNE가 존재와 〈질문 1〉에 대한 답을 제시한다. 제Ⅴ절에서는 Tullock 모형에서 유도된 지대소진과 대칭생산성 모형에서 유도된 지대소진을 비교하면서 〈질문 2〉에 대한 답을 제시한다. 제Ⅵ절에서는 본 연구를 요약하고 결론을 도출한다.

Ⅱ. 분석 모형

위험중립적인 경기자 1과 경기자 2가 상금(v)을 획득하기 위해 경쟁하는 상황을 고려하자. 경합에서 경기자 $n(=1,2)$이 사용할 노력수단은 주요수단과 보조수단을 분류되며 각 수단에 대한 노력수준을 L_n과 y_n으로 표기하자. 본 연구는 Epstein and Hefeker(2003)를 따라 L_n은 항상 0보다 크

며, y_n은 0 이상이라고 가정한다: $\{L_n > 0\}$ 그리고 $\{y_n \geq 0\}$. 분석의 편의를 위해 경기자 n이 상금을 얻을 확률(probability of winning)을 경기자 n의 성공함수(contest success function)로 명명하기로 한다.

먼저 비대칭능력 모형을 고려하자. 경기자 1의 성공함수는 다음과 같이 정의된다.4)

$$p_1 = \sigma L_1(y_1+1)/\{\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)\} \tag{1}$$

여기서 경기자 2가 상금을 획득할 확률은 $\{p_2 = 1-p_1\}$이다. 식 (1)에서 σ는 경기자들의 상대적인 능력의 차이를 표현하는 '능력 매개변수'(ability parameter)이다. $\{\sigma < 1\}$이면 경기자 1의 경합능력이 경기자 2에 비해 낮으며, $\{\sigma = 1\}$이면 경기자들의 경합능력이 동일하고, $\{\sigma > 1\}$이면 경기자 1의 경합능력이 경기자 2에 비해 높음을 의미한다. 경기자 n의 기대보수를 π_n으로 표현하면, 경기자 n의 기대보수는 다음과 같다.5)

$$\pi_n = p_n v - L_n - y_n \tag{2}$$

다음으로 대칭생산성 모형을 고려하자. 경기자 1의 성공함수는 다음과 같이 정의된다.

$$q_1 = L_1^{\delta}(y_1+1)/\left\{L_1^{\delta}(y_1+1)+L_2^{\delta}(y_2+1)\right\} \tag{3}$$

---

4) 본 연구는 Epstein and Hefeker(2003)이 제시한 성공함수를 차용한다. 이러한 성공함수를 사용한 선행연구로는 박성훈(2015)과 Schoonbeek(2007)이 있으며, 이 함수의 특성은 다음과 같이 요약된다(Schoonbeek, 2007: p.455). 첫째, 보조수단의 노력수준(y_i)은 주요수단의 노력수준(L_i)의 효과를 촉진시킨다. 둘째, 경기자는 기대보수가 증가하는 경우에만 y_i를 사용한다. 셋째, 모든 경기자들이 보조수단을 사용하지 않는다면, 경기자 i의 성공보수는 $p_i = \sigma L_i/(\sigma L_i + L_j)$이다 (단 $i \neq j$).

5) 본 연구는 Epstein and Hefeker(2003)와 Schoonbeek(2007)을 따라 선형의 비용함수를 고려한다. 한 심사위원이 지적한 바와 같이 다양한 비용함수를 고려하면, 본 연구와 상이한 결과가 도출될 수 있다. 본 연구는 Epstein and Hefeker(2003)의 모형을 확장하여, 즉 능력과 생산성을 고려하여, 다른 결과를 도출하는 데에 초점을 맞추며, 이에 따라 선형의 비용함수를 고려한다.

여기서 경기자 2의 성공함수는 $\{q_2 = 1 - q_1\}$이다. 식 (3)에서 δ는 ‘생산성 매개변수’(productivity parameter)로써, δ가 증가할수록 경기자들의 생산성은 증가하게 된다. 경기자 n의 기대보수를 G_n으로 표현하면 G_n은 다음과 같이 표현된다.

$$G_n = q_n v - L_n - y_n \tag{4}$$

식 (2)와 식 (4)로 표현된 보조수단을 고려한 모형의 경우는 2단계 게임이며, 게임의 순서는 다음과 같다. 제1단계에 각 경기자는 보조수단을 선택할지에 대해 결정하며, 보조수단의 선택여부는 제2단계에서 얻게 될 기대보수의 상대적 크기에 의해 결정된다. 제2단계에서 경기자들은 자신이 선택한 전략을 사용하여 경합에 임한다.[6]

보조수단을 고려한 모형의 노력수준이 적정한지에 대한 분석을 위해서는 Tullock 모형의 노력수준을 유도하여, 각 노력수준을 비교해야 한다. 우선 비대칭능력을 고려한 Tullock 모형에서 경기자 1의 성공함수는 다음과 같다.

$$p_1 = \sigma L_1 / (\sigma L_1 + L_2) \tag{5}$$

다음으로 대칭생산성을 고려한 Tullock 모형에서 경기자 1의 성공함수는 다음과 같다.

$$q_1 = L_1^{\delta} / (L_1^{\delta} + L_2^{\delta}) \tag{6}$$

Tullock 모형인 경우에 비대칭능력과 대칭생산성을 고려한 경기자들의 기대보수는 각각 다음과 같이 표현된다.

---

6) Baik and Lee(2000)과 Lee(2003)의 모형을 따라 보조수단과 주요수단(또는 주요수단과 보조수단)의 노력수준을 순차적으로 결정하는 게임을 고려할 수 있다. 이러한 게임에서 유일한 하부게임완전균형은 도출되지 않는다. 이에 대한 코멘트를 해준 익명의 심사위원께 감사드린다.

$$\pi_n = p_n v - L_n \tag{7}$$

$$G_n = q_n v - L_n \tag{8}$$

본 연구에서 Tullock 모형은 1단계 게임으로 분류되며, 각 경기자는 자신의 기대보수를 극대화시키기 위해 주요수단의 노력수준$\{L_n\}$을 결정한다. 본 연구는 경기자의 수, 게임의 규칙, 게임의 결과와 기대보수를 경기자들이 공통적으로 인지(common knowledge)하는 것으로 가정한다.

Ⅲ. 보조수단을 고려하지 않은 경합: Tullock 모형

비대칭능력과 대칭생산성을 고려한 Tullock 모형으로부터 내쉬균형을 유도해 보자. 경기자 1은 식 (7) 또는 식 (8)로 표현된 자신의 기대보수를 극대화하기 위해 L_1으로 표현된 노력수준을 선택하며, 이를 위한 제1계 미분조건은 다음과 같다.

$$(\partial b_1 / \partial L_1) v - 1 = 0 \tag{9}$$

경기자 2는 자신의 기대보수를 극대화하기 위해 L_2를 선택하며, 이를 위한 제1계 미분조건은 다음과 같다.

$$(\partial b_2 / \partial L_2) v - 1 = 0 \tag{10}$$

여기서 비대칭능력을 고려한 경우에 $\{b_1 = p_1$과 $b_2 = p_2\}$이며, 대칭생산성을 고려한 경우에 $\{b_1 = q_1$과 $b_2 = q_2\}$이다. 경기자들의 기대보수극대화 문제에 대한 제2계 미분조건은 다음과 같다: $\{(\partial^2 b_1 / \partial L_1^2) v < 0\}$ 그리고 $\{(\partial^2 b_2 / \partial L_2^2) v < 0\}$.[7] 식 (9)와 식 (10)으로부터 각 경기자의 최적대응함

7) 비대칭능력을 고려한 Tullock 모형에서 경기자 1과 경기자 2의 기대보수극대화에 대한 제2계 조건은 다음과 같이 만족된다: $\{\partial^2 \pi_1 / \partial L_1^2 = -2\sigma^2 v x_2 / (\sigma x_1 + x_2)^3$

수(best response functions)가 구해지며, 최적대응함수들을 이용하면 비대칭능력을 고려한 내쉬균형(L_1^p, L_2^p)과 대칭생산성을 고려한 내쉬균형(L_1^q, L_2^q)을 유도할 수 있다. 보조정리 1은 내쉬균형으로부터 유도된 결과를 보여준다.

보조정리 1. (a) 비대칭능력을 고려한 경우에,
경기자 1과 경기자 2의 노력수준은 $L_1^p = L_2^p = \sigma v/(1+\sigma)^2$이고,
경기자 1과 경기자 2의 성공함수는 $p_1^p = \sigma/(1+\sigma)$와 $p_2^p = 1/(1+\sigma)$이며,
경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $\pi_1^p = \sigma^2 v/(1+\sigma)^2$와 $\pi_2^p = v/(1+\sigma)^2$이다.
(b) 대칭생산성을 고려한 경우에,
경기자 1과 경기자 2의 노력수준은 $L_1^q = L_2^q = \delta v/4$이고,
경기자 1과 경기자 2의 성공함수는 $q_1^q = q_2^q = 1/2$이며,
경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $G_1^q = G_2^q = (2-\delta)v/4$이다.[8)]

$<0\}$ 그리고 $\{\partial^2\pi_2/\partial L_2^2 = -2\sigma v x_1/(\sigma x_1 + x_2)^3 < 0\}$. 대칭생산성을 고려한 Tullock 모형에서 경기자 n의 기대보수극대화에 대한 제2계 조건은 다음의 식을 만족해야 한다: $[\partial^2 G_n/\partial L_n^2 = \delta v L_m^\delta \{(\delta-1)L_n^{(\delta-2)}(L_m^\delta + L_n^\delta) - 2\delta L_n^{2(\delta-1)}\}/(L_m^\delta + L_n^\delta)^3 < 0]$ 또는 $[L_n > \{(\delta+1)x_m^{-\delta}/(\delta-1)\}^{-(1/\delta)}]$. 참고로 L_n은 양의 값을 가져야 하므로 $\{0<\delta<1\}$이면 제2계 미분조건은 항상 성립된다(여기서 $m \neq n$).

8) 경기자 n의 기대보수극대화에 대한 제2계 미분조건은 $[L_n > \{(\delta+1)x_m^{-\delta}/(\delta-1)\}^{-(1/\delta)}]$이며 $\{L_m^b = L_n^b = \delta v/4\}$를 고려하면 제2계 미분조건은 $[1 > \{(\delta+1)/(\delta-1)\}^{-(1/\delta)}]$로 단순화 된다. $\{0<\delta<1\}$이면 제2계 미분조건은 항상 성립되며, $[1-\{(\delta+1)/(\delta-1)\}^{-(1/\delta)}]$를 δ로 미분하면 기울기는 음(-)의 값을 갖으며 δ가 무한대로 접근하는 경우에 0의 값을 갖는다. 따라서 $\{\delta>0\}$의 경우에 제2계 미분조건은 성립된다. Baye *et. al.*(1994)는 경기자의 기대보수가 음의 값을 지니는 경우에, 그 경기자는 0의 노력수준을 선택하게 되며, 이에 반응하여 경쟁자는 매우 작은 노력수준을 선택하게 되어 제2계 미분조건이 성립하지 않음을 설명한다. Farmer and Pecorino(1999) 역시 동일한 상황에서 순수전략 내쉬균형이 성립하지 않음을 설명한다. 기대보수가 음의 값을 갖는 경우에도 양의 노력수준을 선택할 수 있는 상황을 설정한 연구로는 Shaffer and Shogren(2008) 그리고 Wärneryd(2000) 등을 들 수 있다. 본 연구는 Baye *et. al.*(1994)과 Farmer and Pecorino(1999)와 같이 경기자들의 기대보수가 0이상인 참여제한(participation constraint)을 고려한다. 이에 따라 $\{\delta>2\}$인 경우에 순수전략 내쉬균형은 존재하지 않게 된다. 이에 대한 코멘트를 해준 익명의 심사위원께 감사드린다.

보조정리 1의 (a)에서 다음의 함의를 얻는다. 첫째, 비대칭 경합이지만 경기자들의 노력수준은 동일하며, $\{\sigma < 1\}$이면 경기자 1이 열세자, $\{\sigma > 1\}$이면 경기자 1이 우세자가 된다. 둘째, 우세자의 기대보수가 열세자의 기대보수에 비해 크다. 셋째, 능력이 증가하면 기대보수는 함께 증가한다: $\partial\pi_1^p/\partial\sigma = 2\sigma v/(1+\sigma)^3 > 0$, $\partial\pi_2^p/\partial\sigma = -2v/(1+\sigma)^3 < 0$. 보조정리 1의 (b)에서 얻는 함의는 다음과 같다. 첫째, 경기자들의 참여제한, 즉 기대보수가 0이상인 경우를 고려하면 $\{\delta > 2\}$인 경우에 순수전략 내쉬균형은 존재하지 않는다(Baye *et. al.*, 1994; Farmer and Pecorino, 1999). 둘째, $\{\delta \le 2\}$인 경우에 순수전략 내쉬균형은 존재하며, 생산성이 증가할수록 노력수준은 증가하고 기대보수는 감소한다.

Ⅳ. 보조수단을 고려한 경합 모형

4.1. 비대칭능력 모형

보조수단을 고려한 비대칭능력 모형을 고려하자. 제2단계에서 경기자 n은 식(1)로 표현된 성공함수를 고려하면서 자신의 기대보수극대화를 위해 L_n과 y_n을 선택한다. 본 연구는 제2단계 SNE를 유도하기 위해 쿤-터커 조건(Kuhn-Tucker condition)을 사용한다. 경기자 1의 기대보수극대화에 대한 쿤-터커 조건은 다음과 같다:

$$\sigma L_2(y_1+1)(y_2+1)v/\{\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)\}^2 - 1 = 0 \quad (11)$$

식 (11)은 경기자 1이 자신의 기대보수극대화를 위해 $\{L_1 > 0\}$을 선택하는 쿤-터커 조건이다;

$$\sigma L_1 L_2(y_2+1)v/\{\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)\}^2 - 1 \le 0 \quad (12)$$

식 (12)는 경기자 1이 $\{y_1 = 0\}$을 선택한 경우에 해당되며, $\{y_1 > 0\}$을

선택하는 경우에 좌변과 우변이 같게 된다. 경기자 2의 기대보수극대화에 대한 쿤-터커 조건은 다음과 같다:

$$\sigma L_1(y_1+1)(y_2+1)v/\{\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)\}^2-1=0 \quad (13)$$

식 (13)은 경기자 2가 자신의 기대보수극대화를 위해 $\{L_2>0\}$을 선택하는 쿤-터커 조건이다;

$$\sigma L_1 L_2(y_1+1)v/\{\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)\}^2-1\leq 0 \quad (14)$$

식 (14)는 경기자 2가 $\{y_2=0\}$을 선택한 경우에 해당되며, $\{y_2>0\}$을 선택하는 경우에 좌변과 우변이 같게 된다. 제2단계 SNE는 보조수단의 사용유무에 따라 네 가지로 분류된다: (i) $\{y_1=y_2=0\}$인 경우; (ii) $\{y_1=0\}$ 그리고 $\{y_2>0\}$인 경우; (iii) $\{y_1>0\}$ 그리고 $\{y_2=0\}$인 경우; (iv) $\{y_1>0\}$ 그리고 $\{y_2=0\}$인 경우.[9] 여기서 (ii)와 (iii)의 경우에 제2단계 SNE가 존재하지 않으며, (i)과 (iv)의 경우에만 제2단계 SNE가 존재한다. 즉, 두 경기자가 모두 보조수단을 선택하지 않거나, 두 경기자 모두 보조수단을 선택하는 경우만 존재하게 된다. 분석의 편의를 위해 보조수단을 고려한 비대칭능력 모형의 제2단계 SNE에는 상첨자로 {*}를 명시하며, 추가적으로 (i)의 경우에는 〔i〕 그리고 (iv)의 경우에는 〔iv〕를 하첨자로 명시한다. 보조정리 2는 제2단계 하부게임의 결과를 보여준다.

보조정리 2. 제2단계 하부게임에서,

(i) 두 경기자가 주요수단만 사용할 제약조건은 없으며, 경기자 1의 노력수준은 $\{L_{1[i]}^{p^*}=\sigma v/(1+\sigma)^2\}$와 $\{y_{1[i]}^{p^*}=0\}$, 경기자 2의 노력수준은 $\{L_{2[i]}^{p^*}=\sigma v/(1+\sigma)^2\}$와 $\{y_{2[i]}^{p^*}=0\}$;
경기자 1과 경기자 2의 성공확률은 $\{p_{1[i]}^{p^*}=\sigma/(1+\sigma)\}$과 $\{p_{2[i]}^{p^*}=1/(1+\sigma)\}$;

9) 이에 대한 증명은 〈부록 1A〉를 참조하시오.

경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $\{\pi_{1[i]}^{p^*} = \sigma^2 v/(1+\sigma)^2\}$와 $\{\pi_{2[i]}^{p^*} = v/(1+\sigma)^2\}$이다.

(ii), (iii) 비대칭적 보조수단의 선택은 존재하지 않는다.

(iv) 두 경기자가 복수의 노력수단을 사용할 필요조건은 $\{v > (1+\sigma)^2/\sigma\}$이다.

경기자 1의 노력수준은 $\{L_{1[iv]}^{p^*} = \sigma v/(1+\sigma)^2\}$와 $\{y_{1[iv]}^{p^*} = \sigma v/(1+\sigma)^2 - 1\}$, 경기자 2의 노력수준은 $\{L_{2[iv]}^{p^*} = \sigma v/(1+\sigma)^2\}$와 $\{y_{2[iv]}^{p^*} = \sigma v/(1+\sigma)^2 - 1\}$;

경기자 1과 경기자 2의 성공확률은 $\{p_{1[iv]}^{p^*} = \sigma/(1+\sigma)\}$과 $\{p_{2[iv]}^{p^*} = 1/(1+\sigma)\}$;

경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $\{\pi_{1[iv]}^{p^*} = -\sigma(1-\sigma)v/(1+\sigma)^2 + 1\}$과 $\{\pi_{2[iv]}^{p^*} = (1-\sigma)v/(1+\sigma)^2 + 1\}$이다.

보조정리 2는 다음의 함의를 갖는다. 첫째, 경기자들이 보조수단을 선택할 필요조건은 상금의 가치가 일정수준을 상회하는 경우이다. 둘째, 두 경기자가 보조수단을 선택하는 경우, 즉 $\{v > (1+\sigma)^2/\sigma\}$인 경우에 경기자는 주요수단의 노력수준을 동일하게 유지하면서 보조수단을 사용하며, 이에 따라 총 지출이 증가하게 된다. 셋째, 두 경기자가 보조수단을 선택하는 경우에, 경기자의 경합능력의 증가가 기대보수를 항상 증가시키지는 않는다. 경기자 1은 $\{\sigma < 1/3\}$인 영역에서 자신의 경합능력이 증가하면 오히려 기대보수가 감소되며, $\{\sigma > 1/3\}$인 영역에서 기대보수가 증가된다.[10] 경기자 2는 $\{\sigma < 3\}$인 영역에서 자신의 경합능력이 증가하면 기대보수가 증가되지만, $\{\sigma > 3\}$인 영역에서는 오히려 기대보수가 감소된다.[11] 따라서 경기자 n이 우세자인 경우, 즉 경합능력이 경쟁자에 비해 큰 경우에 경합능력의 증

10) 보조정리 2의 (iv)로부터 $\{\partial\pi_{1[iv]}^{p^*}/\partial\sigma = (3\sigma-1)v/(1+\sigma)^3\}$이며 $\{\sigma = 1/3\}$에서 $\{\partial^2\pi_{1[iv]}^{p^*}/\partial\sigma^2 = 81v/64 > 0\}$이다. 이는 $\pi_{1[iv]}^{p^*}$가 볼록함수이며, $\{\sigma < 1/3\}$인 영역에서 $\{\partial\pi_{1[iv]}^{p^*}/\partial\sigma < 0\}$이고, $\{\sigma > 1/3\}$인 영역에서 $\{\partial\pi_{1[iv]}^{p^*}/\partial\sigma > 0\}$을 의미한다.

11) 보조정리 2의 (iv)로부터 $\{\partial\pi_{2[iv]}/\partial\sigma = (\sigma-3)v/(1+\sigma)^3\}$이며 $\{\sigma = 3\}$에서 $\{\partial^2\pi_{2[iv]}^{p^*}/\partial\sigma^2 = v/64 > 0\}$이다. 이는 $\pi_{2[iv]}^{p^*}$가 볼록함수이며, $\{\sigma < 3\}$인 영역에서 $\{\partial\pi_{2[iv]}^{p^*}/\partial\sigma < 0$이고, $\sigma > 3\}$인 영역에서 $\{\partial\pi_{2[iv]}^{p^*}/\partial\sigma > 0\}$을 의미한다.

가로 경기자 n의 기대보수가 증가되지만, 극단적 열세자인 경우, 즉 경합능력이 경쟁자에 비해 매우 작은 경우에 경합능력의 증가가 오히려 기대보수를 감소시키게 된다. 넷째, 한 경기자가 보조수단을 사용하고, 다른 경기자는 사용하지 않는 하부게임이 존재하지 않으므로, SPNE는 존재하지 않는다. 이는 비대칭능력 모형으로부터 질문 1에 대한 답을 제시할 수 없음을 의미한다. (ii)와 (iii)이 성립되지 않는 이유는 다음과 같다. 비대칭능력 모형에서 상금이 일정수준을 상회하면, 한 경기자는 보조수단을 사용하게 된다. 이는 보조수단을 사용하는 경우에 한계총수입(marginal gross payoff)의 증가가 한계비용에 비해 높기 때문이다.[12] 즉 보조수단의 사용은 $q_n v$의 증가가 L_n의 증가를 상회하도록 유도한다〔식 (4)를 참조할 것〕. 이때 경쟁자 역시 동일한 상황이 발생하게 되며, 이에 따라 보조수단을 사용하게 되므로 (ii)와 (iii)이 성립되지 않는다.[13]

비대칭능력 모형의 하부게임들 중에서 경기자들은 어떤 게임을 선호하는지 알아보기로 한다. $\{0 < v < (1+\sigma)^2/\sigma\}$의 영역에서 모든 경기자는 보조수단을 사용하지 않으므로, $\{v > (1+\sigma)^2/\sigma\}$인 경우를 고려하기로 한다. 이 경우에 경기자의 기대보수를 비교하면 $\{\pi_{1[i]}^{p^*} > \pi_{1[iv]}^{p^*}\}$와 $\{\pi_{2[i]}^{p^*} > \pi_{2[iv]}^{p^*}\}$를 확인할 수 있다. 따라서 경기자들은 자신들이 보조수단을 사용하지 않은 게임을 선호한다. 정리 1은 비대칭능력 모형의 주요 결과를 요약한다.

정리 1. (i) 비대칭능력 모형에서 SPNE는 존재하지 않는다. (ii) 경기자들은 보조수단을 사용하지 않는 게임을 선호한다.

정리 1은 비대칭능력 모형에서 기대보수극대화를 고려한다면 모든 경기

---

12) 식 (12)를 기준으로 한계총수입은 $\{\sigma L_1 L_2 (y_2+1)v/\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)^2\}$이며, 한계비용은 1이다. 식 (14)를 기준으로 한계총수입은 $\{\sigma L_1 L_2 (y_1+1)v/\sigma L_1(y_1+1)+L_2(y_2+1)^2\}$이며, 한계 비용은 1이다. Epstein and Hefeker (2003)의 사례를 들어 설명하면 다음과 같다. 국내 시장에서 '해외기업'과 경쟁하는 '국내기업'의 행위를 고려할 때, 국내기업은 환경단체의 시위를 돕는 경우에 benefit이 cost보다 크다면, 국내기업은 환경단체의 시위를 돕는 보조수단을 사용하게 된다. 본 연구에서는 수입금지에 따른 국내기업의 이익(여기서는 v)이 일정 수준을 상회하는 경우에 국내기업은 보조수단을 사용하게 됨을 보인다.

13) 이에 대해서는 〈부록 1A〉를 참조하기 바란다.

자들이 보조수단을 사용하지 않는 것이 바람직하다는 것을 의미한다.[14)]

4.2. 대칭생산성 모형

이제 대칭생산성 모형을 고려하자. 제2단계에서 경기자 n은 식 (2)로 표현된 성공함수를 고려하면서 자신의 기대보수극대화를 위해 L_n과 y_n을 선택한다. 경기자 1의 기대보수극대화를 위한 쿤-터커 조건은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} &\delta L_1^{(\delta-1)} L_2^{\delta}(y_1+1)(y_2+1)v / L_1^{\delta}(y_1+1) \\ &+ L_2^{\delta}(y_2+1)^2 - 1 = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

식 (15)는 경기자 1이 자신의 기대보수극대화를 위해 $\{L_1 > 0\}$를 선택하는 쿤-터커 조건이다;

$$L_1^{\delta} L_2^{\delta}(y_2+1)v / L_1^{\delta}(y_1+1) + L_2^{\delta}(y_2+1)^2 - 1 \le 0 \tag{16}$$

식 (16)은 경기자 1이 $\{y_1 = 0\}$을 선택한 경우에 해당되며, $\{y_1 > 0\}$을 선택하는 경우에 좌변과 우변이 같게 된다. 경기자 2의 기대보수극대화에 대한 쿤-터커 조건은 다음과 같다:

$$\begin{aligned} &\delta L_1^{\delta} L_2^{(\delta-1)}(y_1+1)(y_2+1)v / L_1^{\delta}(y_1+1) \\ &+ L_2^{\delta}(y_2+1)^2 - 1 = 0 \end{aligned} \tag{17}$$

식 (17)은 경기자 2가 자신의 기대보수극대화를 위해 $\{L_2 > 0\}$를 선택하는 쿤-터커 조건이다;

$$L_1^{\delta} L_2^{\delta}(y_1+1)v / L_1^{\delta}(y_1+1) + L_2^{\delta}(y_2+1)^2 - 1 \le 0 \tag{18}$$

14) Epstein and Hefeker(2003)의 방법론을 차용하면 비대칭능력 모형의 경우에도 (1) 상금의 가치가 낮은 경우에 경기자들은 보조수단을 사용하지 않고, (2) 상금이 일정수준을 상회하면 경기자들이 보조수단을 사용하는 상황이 발생한다.

식 (18)은 경기자 2가 $\{y_2 = 0\}$을 선택한 경우에 해당되며, $\{y_2 > 0\}$을 선택하는 경우에 좌변과 우변이 같게 된다.

보조수단의 선택여부에 따라 제2단계 SNE는 네 개로 분류된다: (i) $\{y_1 = y_2 = 0\}$인 경우; (ii) $\{y_1 = 0\}$ 그리고 $\{y_2 > 0\}$인 경우; (iii) $\{y_1 > 0\}$ 그리고 $\{y_2 = 0\}$인 경우; (iv) $\{y_1 > 0\}$ 그리고 $\{y_2 > 0\}$인 경우. 분석의 편의를 위해 보조수단을 고려한 대칭생산성 모형의 제2단계 SNE에는 상첨자로 {*}를 추가하고, (i)의 경우에는 〔i〕, (ii)의 경우에는 〔ii〕, (iii)의 경우에는 〔iii〕, 그리고 (iv)의 경우에는 〔iv〕를 하첨자로 추가한다. 대칭생산성 모형의 경우에 (ii)와 (iii)에 대한 하부게임은 동일하므로, (ii)의 경우를 선택하여 보고한다. 보조정리 3은 제2단계 하부게임의 결과를 보여준다.15)

보조정리 3. 제2단계 하부게임에서,

(i) 두 경기자가 주요수단만 사용할 필요조건은 기대보수가 0이상인 경우에 해당된다: 즉, $\{\delta \le 2\}$.

경기자 1의 노력수준은 $\{L_{1[i]}^{q^*} = \delta v/4\}$와 $\{y_{1[i]}^{q^*} = 0\}$, 경기자 2의 노력수준은 $\{L_{2[i]}^{q^*} = \delta v/4\}$와 $\{y_{2[i]}^{q^*} = 0\}$;

경기자 1과 경기자 2의 성공확률은 $\{q_{1[i]}^{q^*} = q_{2[i]}^{q^*} = 1/2\}$;

경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $\{G_{1[i]}^{q^*} = G_{2[i]}^{q^*} = (2-\delta)v/4\}$이다.

(ii) 경기자 1은 주요수단만 사용하지만, 경기자 2는 복수의 노력수단을 사용할 필요조건은 $\{\delta < v^{1/2}/(v^{1/2}\text{-}1)\}$이고 $\{v > 4\}$인 영역이다.

경기자 1의 노력수준은 $\{L_{1[ii]}^{q^*} = \delta(v^{1/2}\text{-}1)\}$과 $\{y_{1[ii]}^{q^*} = 0\}$, 경기자 2의 노력수준은 $\{L_{2[ii]}^{q^*} = \delta(v^{1/2}\text{-}1)\}$과 $\{y_{2[ii]}^{q^*} = v^{1/2}\text{-}2\}$;

경기자 1과 경기자 2의 성공확률은 $\{q_{1[ii]}^{q^*} = 1/v^{1/2}\}$와 $\{q_{2[ii]}^{q^*} = 1 - 1/v^{1/2}\}$; 경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $\{G_{1[ii]}^{q^*} = (1-\delta)v^{1/2} + \delta\}$와 $\{G_{2[ii]}^{q^*} = v + (2+\delta)(1-v^{1/2})\}$이다.

(iv) 두 경기자가 모두 복수의 노력수단을 사용할 필요조건은 $\{\delta \le 1\}$이

---

15) 이에 대한 증명은 〈부록 2A〉를 참조하시오.

면서 $\{v>4\}$인 영역과 $\{1<\delta<(4+v)/4\}$이면서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$인 영역이다.

경기자 1의 노력수준은 $\{L_{1[iv]}^{q^*}=\delta v/4)\}$와 $\{y_{1[iv]}^{q^*}=v/4-1\}$, 경기자 2의 노력수준은 $\{L_{2[iv]}^{q^*}=\delta v/4)\}$와 $\{y_{2[iv]}^{q^*}=v/4\text{-}1\}$;

경기자 1과 경기자 2의 성공확률은 $\{q_{1[iv]}^{q^*}=q_{2[iv]}^{q^*}=1/2\}$;

경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 $\{G_{1[iv]}^{q^*}=G_{2[iv]}^{q^*}=(1-\delta)v/4+1\}$이다.

보조정리 3은 다음의 함의를 갖는다. 첫째, 경기자들이 보조수단을 선택할 필요조건은 상금의 가치가 일정수준을 상회하는 경우이다. 즉, 상금의 가치가 높을수록 보조수단을 선택할 상황도 높아진다. 둘째, 대칭생산성을 고려하지만, 한 경기자는 보조수단을 선택하지 않고 경쟁자는 보조수단을 선택하는 하부게임이 존재한다. 이러한 하부게임에서도 경기자들이 주요수단에 투자하는 노력수준은 동일하며, 이에 따라 보조수단을 추가로 사용한 경기자는 우세자가 된다. 또한 생산성의 증가는 열세자의 기대보수를 감소시키지만, 우세자의 기대보수를 증가시키며, 열세자의 기대보수는 $\{\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}\text{-}1)\}$이면서 $\{v>4\}$인 경우에 양의 값을, 우세자의 기대보수는 $\{\delta<(v+2(v^{1/2}\text{-}1))/(v^{1/2}-1)\}$이면서 $\{v>4\}$인 경우에 양의 값을 갖는다.[16] 셋째, 두 경기자가 보조수단을 선택하는 경우에, 경기자의 생산성의 증가는 기대보수를 감소시키며, $\{\delta\leq 1\}$이면서 $\{v>4\}$인 영역과 $\{1<\delta<(4+v)/4\}$이면서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$인 영역에서 양의 기대보수를 갖는다.

이제 제1단계 하부게임에서 경기자들의 기대보수극대화를 위한 보조수단의 선택여부, 즉 제1단계 SNE를 확인해 보자. 우선, $\{v\leq 4\}$인 경우에 제1단계 SNE는 {모든 경기자들이 보조수단을 사용하지 않는다}이다. 다음으로, $\{v>4\}$인 경우에는 제2단계에 존재하는 4개의 하부게임의 참여제한을 함께 고려한다. 이에 따라, $\{\delta\leq 1\}$이고 $\{v>4\}$인 영역과 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}\text{-}1)\}$이면서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$인 영역이 제1단계 하부게임에서 경

16) $\{v>4\}$에서 $\{1<v^{1/2}/(v^{1/2}\text{-}1)<2\}$이며, $\{v>0\}$에서 $\{(v+2(v^{1/2}\text{-}1))/(v^{1/2}\text{-}1)>2\}$이다. 이에 따라 $\{v^{1/2}/(v^{1/2}\text{-}1)<(v+2(v^{1/2}\text{-}1))/(v^{1/2}\text{-}1)\}$이 성립된다.

기자들의 참여제한이 된다.[17] 그러나 제1단계 하부게임에서 경기자가 보조수단의 선택여부를 결정하게 되면, 참여제한은 제2단계에서 유도된 SNE에서의 영역에 해당하게 된다. 〈표 1〉은 $\{v>4\}$인 경우에 경기자들이 자신의 기대보수를 극대화시키는 상황을 전략형 게임으로 나타낸 것이다. 경기자는 자신의 기대보수가 극대화되는 전략을 선택한다.

〈표 1〉 $\{v>4\}$영역에서 경기자들의 기대보수(The players' expected payoffs when $v>4$)

		경기자 2	
		보조수단 선택하지 않음	보조수단 선택함
경기자 1	보조수단 선택하지 않음	$G^{q^*}_{1[i]}$, $G^{q^*}_{2[i]}$	$G^{q^*}_{1[ii]}$, $G^{q^*}_{2[ii]}$
	보조수단 선택함	$G^{q^*}_{1[iii]}$, $G_{2[iii]}$	$G^{q^*}_{1[iv]}$, $G^{q^*}_{2[iv]}$

주: 〈표 1〉은 네 가지 조합에 대한 경기자들의 기대보수를 보여준다. (보조수단 선택하지 않음, 보조수단 선택하지 않음)의 조합에서 경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 각각 $G^{q^*}_{1[i]}$과 $G^{q^*}_{2[i]}$이며, (보조수단 선택하지 않음, 보조수단 선택함)의 조합에서 경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 각각 $G^{q^*}_{1[ii]}$과 $G^{q^*}_{2[ii]}$, (보조수단 선택함, 보조수단 선택하지 않음)의 조합에서 경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 각각 $G^{q^*}_{1[iii]}$과 $G^{q^*}_{2[iii]}$이다. 마지막으로 (보조수단 선택함, 보조수단 선택함)의 조합에서 경기자 1과 경기자 2의 기대보수는 각각 $G^{q^*}_{1[iv]}$과 $G^{q^*}_{2[iv]}$이다.

Note: Table 1 summarizes the expected payoffs of the players for four possible combinations. At the combination (the non-use of the second instrument, the non-use of the second instrument), player 1's expected payoff is $G^{q^*}_{1[i]}$ and player 2's is $G^{q^*}_{2[i]}$. At the combination (the non-use of the second instrument, the use of the second instrument), the players' expected payoffs are $G^{q^*}_{1[ii]}$ and $G^{q^*}_{2[ii]}$, respectively. At the combination (the use of the second instrument, the non-use of the second instrument), their expected payoffs are $G^{q^*}_{1[iii]}$ and $G^{q^*}_{2[iii]}$, respectively. Finally, At the combination (the use of the second instrument, the use of the second instrument), their expected payoffs are $G^{q^*}_{1[iv]}$ and $G^{q^*}_{2[iv]}$, respectively.

---

17) $\{v>4\}$에서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$은 $\{\delta<(v+4)/v\}$로 표현될 수 있으며, $\{v^{1/2}/(v^{1/2}-1)<(v+4)/v\}$성립된다.

우선 우월전략(dominant strategy)이 존재하는지 확인해 보자. 경기자 n에게 우월전략이 존재하기 위해서는 $\{G^{q^*}_{n[i]} > G^{q^*}_{n[iii]}\}$이면서 $\{G^{q^*}_{n[ii]} > G^{q^*}_{n[iv]}\}$이거나 $\{G^{q^*}_{n[i]} < G^{q^*}_{n[iii]}\}$이면서 $\{G^{q^*}_{n[ii]} < G^{q^*}_{n[iv]}\}$이어야 한다. $\{\delta < 1\}$이면 $\{G^{q^*}_{n[i]} < G^{q^*}_{n[iii]}\}$이면서 $\{G^{q^*}_{n[ii]} < G^{q^*}_{n[iv]}\}$가 되어, 경기자 n이 보조수단을 선택하는 것이 우월전략이다. 그러나 $\{\delta > 1\}$이면 $\{G^{q^*}_{n[i]} < G^{q^*}_{n[iii]}\}$이면서 $\{G^{q^*}_{n[ii]} > G^{q^*}_{n[iv]}\}$가 성립되어 우월전략은 존재하지 않게 되며, 두 개의 제1단계 SNE가 존재하게 된다: {보조수단을 선택하지 않는다, 보조수단을 선택한다}, {보조수단을 선택한다, 보조수단을 선택하지 않는다}.[18] 정리 2는 보조수단을 고려한 대칭생산성 모형에서 SPNE의 주요결과를 보여주며, 〈질문 1〉에 대한 답을 제시한다.

정리 2. 보조수단을 고려한 대칭생산성 모형에서,
(a) $\{0 < v < 4\}$에서 SPNE의 주요결과는 보조정리 3의 (i)에 해당되며,
(b) $\{v > 4\}$에서 $\{\delta \leq 1\}$이면 SPNE의 주요결과는 보조정리 3의 (iv)에 해당되고,
(c) $\{v > 4\}$에서 $\{1 < \delta < v^{1/2}/(v^{1/2}\text{-}1)\}$이면, SPNE의 주요결과는 보조정리 3의 (ii)에 해당된다.

정리 2의 함의는 다음과 같다. 대칭생산성 모형에서는 상금이 일정수준을 상회하면 경기자(들)가 보조수단을 선택할 유인을 갖게 된다. 이때 생산성이 낮은 경우에는 경기자들이 모두 보조수단을 선택하지만, 생산성이 높은 경우에는 한 경기자만 보조수단을 선택한다.[19] 비대칭능력 모형과 달리 대칭생산성 모형에서는 한 경기자는 보조수단을 선택하지 않고, 경쟁자는 보조수단을 선택하는 상황이 존재한다. 이는 상금이 일정수준을 상회하는 상황에서 높은 생산성을 지닌 경기자들이 모두 보조수단을 사용하게 되면, 두 경기자들의 기대보수가 모두 감소하기 때문이다.[20]

18) 이에 대한 증명은 〈부록 2B〉를 참조하시오.
19) Epstein and Hefeker(2003)의 방법론을 차용하면 대칭생산성 모형의 경우에 (1) 상금의 가치가 낮은 경우에는 경기자들은 보조수단을 사용하지 않고, (2) 일정수준을 상회하면 복수의 균형, 즉 경기자(들)가 보조수단을 사용하는 상황이 발생한다.

Ⅴ. 대칭생산성 모형과 지대소진

이제 제Ⅲ항의 대칭생산성을 고려한 Tullock 모형과 제Ⅳ항의 보조수단을 고려한 대칭생산성 모형에서 유도된 지대소진을 비교해 보자.[21] 본 연구는 선행연구들에 따라 지대소진을 사회적 자원비용으로 간주한다(Tullock, 1980; Nitzan, 1994; Hurley, 1998; Epstein and Hefeker, 2003). 본 연구는 대칭생산성 모형에서 SPNE가 유도되는 두 영역에 대해서 비교한다: 즉, $\{v>4\}$에서 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$인 영역 그리고 $\{v>4\}$에서 $\{\delta\leq 1\}$인 영역.

보조정리 1의 (b)와 정리 2로부터 각각 대칭생산성을 고려한 Tullock 모형과 대칭생산성 모형의 지대소진을 유도할 수 있다. Tullock 모형의 지대소진을 RDq로 표현하면, RDq는 식 (19)와 같다.

$$RD^{q}=L_1^{q}+L_2^{q}=\delta v/2 \tag{19}$$

다음으로 대칭생산성 모형에서 $\{v>4\}$에서 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$인 경우에 지대소진을 $RD^{q^*}|_{(ii)}$로 표현하면, $RD^{q^*}|_{(ii)}$는 식 (20)과 같다.[22]

$$\begin{aligned} RD^{q^*}|_{(ii)} &= L_{1[ii]}^{q^*}+y_{1[ii]}^{q^*}+L_{2[ii]}^{q^*}+y_{2[ii]}^{q^*} \\ &=(1+2\delta)v^{1/2}-2(1+\delta) \end{aligned} \tag{20}$$

$\{v>4\}$에서 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$인 경우에 각 모형에서 유도된 지대소진을 비교하기 위하여 $\{RD^{q}-RD^{q^*}|_{(ii)}\}$을 $DRD|_{(ii)}$로 표현하면, 식 (21)과 같다.

---

20) 이에 대해서는 〈부록 2A〉와 〈부록 2B〉를 참조하기 바란다.

21) 본 연구는 각 모형에서 유도된 상대적 지대소진(relative rent dissipation)의 비교와 총기대보수(total expected payoffs)의 비교를 하지 않는다. 각 경기자가 평가하는 상금의 크기가 동일하기 때문에 “상대적 지대소진”과 “지대소진”은 동일한 개념이 되며, 총기대보수에 대한 비교는 지대소진에 대한 비교와 동일한 결과를 보인다.

22) $\{v>4\}$에서 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$인 경우는 보조정리 3(ii)에 해당되므로, 분석의 편의를 위해 하첨자로 (ii)를 사용한다.

$$DRD|_{(ii)} = \delta v/2 - (1+2\delta)v^{1/2} + 2(1+\delta) \quad (21)$$

식 (21)로부터 $\{DRD|_{(ii)} < 0\}$이 되기 위한 영역은 다음과 같다: 첫째, $\{1 < \delta < 1.536\}$이고 $\{v < 4/(\delta-1)\}$인 경우; 둘째, $\{1.536 < \delta < 2\}$이고 $\{v < (1+2\delta)^2/\delta^2)\}$인 경우. 또한 $\{DRD|_{(ii)} > 0\}$이 되기 위한 영역은 다음과 같다: $\{1.536 < \delta < 2\}$이고 $\{(1+2\delta)^2/\delta^2) < v < 4/(\delta-1)\}$.[23)]

$\{v > 4\}$에서 $\{\delta \le 1\}$인 경우에 지대소진을 $RD^{q^*}|_{(iv)}$로 표현하면, $RD^{q^*}|_{(iv)}$는 식 (22)으로 표현된다.[24)]

$$RD^{q^*}|_{(iv)} = L^{q^*}_{1[iv]} + y^{q^*}_{1[iv]} + L^{q^*}_{2[iv]} + y^{q^*}_{2[iv]} = \delta v/2 + v/2 - 2 \quad (22)$$

$\{v > 4\}$에서 $\{\delta \le 1\}$인 경우에 대칭생산성을 고려한 Tullock 모형과 보조수단을 고려한 대칭생산성 모형에서 유도된 지대소진을 비교하기 위하여 $\{RD^q - RD^{q^*}|_{(iv)}\}$을 $DRD|_{(iv)}$로 표현하면, 식 (23)과 같다.

$$DRD|_{(iv)} = -v/2 + 2 < 0^{25)} \quad (23)$$

식 (21)과 식 (23)으로부터 보조정리 4가 유도된다.

---

23) $\{DRD|_{(ii)} < 0\}$이거나 $\{DRD|_{(ii)} > 0\}$이기 위한 필요조건을 유도하면 다음과 같다. $\{\partial DRD|_{(ii)}/\partial v = \delta/2 - (1+2\delta)/2(v)^{1/2}\}$이며 $\{\partial^2 DRD|_{(ii)}/\partial v^2 = (1+2\delta)/4(v)^{3/2} > 0\}$이다. 따라서 DRD|(ii)는 v에 대해 볼록함수이다. $\{DRD|_{(ii)} = 0\}$을 만족시키기 위해 $\{v = 4\}$ 또는 $\{v = (1+2\delta)^2/\delta^2\}$가 성립되어야 한다. 이는 $\{4 < v < (1+2\delta)^2/\delta^2\}$인 영역이 $\{DRD|_{(ii)} < 0\}$이기 위한 필요조건이며, $\{v > (1+2\delta)^2/\delta^2\}$인 영역이 $\{DRD|_{(ii)} > 0\}$이기 위한 필요조건임을 의미한다. 다음으로 필요충분조건을 유도하면 다음과 같다. $4/(\delta-1)$와 $(1+2\delta)^2/\delta^2$를 비교하면, $\{1 < \delta < 1.536\}$에서 $\{4/(\delta-1) < (1+2\delta)^2/\delta^2\}$이며 $\{1.536 < \delta < 2\}$에서 $\{4/(\delta-1) > (1+2\delta)^2/\delta^2\}$임을 알 수 있다. 이에 따라 $\{DRD|_{(ii)} < 0\}$이 되기 위한 영역은 $\{1 < \delta < 1.536\}$이고 $\{v < 4/(\delta-1)\}$, 그리고 $\{1.536 < \delta < 2\}$이고 $\{v < (1+2\delta)^2/\delta^2)\}$이다. 또한 $\{DRD|_{(ii)} > 0\}$이 되기 위한 영역은 $\{1.536 < \delta < 2\}$이고 $\{(1+2\delta)^2/\delta^2) < v < 4/(\delta-1)\}$이다.

24) $\{v > 4\}$에서 $\{\delta \le 1\}$인 경우는 보조정리 3(iv)에 해당되므로, 분석의 편의를 위해 하첨자로 (iv)를 사용한다.

25) $\{v > 4\}$를 고려하면 $\{DRD|_{(iv)} < 0\}$임이 자명하다.

보조정리 4. $\{v>4\}$에서 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$인 경우에,
$\{1<\delta<1.536\}$이고 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$ 또는 $\{1.536<\delta<2\}$이고 $\{v<(1+2\delta)^2/\delta^2)\}$이면 $\{DRD|_{(ii)}<0\}$이며,
$\{1.536<\delta<2\}$이고 $\{(1+2\delta)^2/\delta^2)<v<4/(\delta-1)\}$이면 $\{DRD|_{(ii)}>0\}$이다.
$\{v>4\}$에서 $\{\delta\leq 1\}$인 경우에, $\{DRD|_{(iv)}<0\}$이다.

보조정리 4는 상금의 가치가 일정수준을 상회하지만 생산성이 낮은 경우에 보조수단의 선택은 지대소진의 증가를 보인다. 그러나 상금의 가치가 높고, 생산성이 높은 경우에 보조수단의 선택은 지대소진을 축소시킬 수 있음을 보인다.

정리 3은 대칭생산성 모형에서 지대소진에 대한 결과를 요약하며, 〈질문 2〉에 대한 답을 제시한다.

정리 3. 상금의 가치가 높고, 생산성이 높은 경우에 보조수단의 선택이 오히려 지대소진을 축소시킬 수 있음을 보인다.

Ⅵ. 요약 및 결론

경합에서 사회적 자원(social resource)이 얼마나 낭비되는가에 대한 연구들이 활발히 진행되고 있다. 본 연구는 기존의 연구들과 달리 보조수단을 고려한 경합모형을 이용하여 두 개의 질문에 대한 답을 제시하고자 하였다: 〈질문 1〉 어떤 유형의 경기자가 보조수단을 선택하고; 〈질문 2〉 보조수단의 사용이 사회적 자원비용(social resource costs)을 증가시키는가?

본 연구는 비대칭 경합능력과 대칭 노력생산성을 고려하면서 각 경기자가 보조수단의 사용을 전략적으로 선택하는 상황을 설정하였다. 〈질문 1〉에 대한 답을 얻기 위해 역진귀납법을 적용한 2단계 모형을 사용하였다. 우선 제2단계 하부게임에서 SNE를 유도하고, 다음으로 제2단계를 고려한 제1단계 하부게임과 전체게임으로부터 SPNE를 유도하여 〈질문 1〉, 즉 어떤 특

성을 지닌 경기자가 보조수단을 선택하는지에 대한 답을 다음과 같이 제시하였다.

〈질문 1〉에 대한 답. 비대칭능력 모형에서 SPNE는 존재하지 않는다. 대칭생산성 모형에서 SPNE는 존재하며, 그 결과는 다음과 같다. 첫째, 상금이 일정수준을 하회하면, 경기자들은 보조수단을 선택하지 않는다. 둘째, 상금이 일정수준을 상회하면서 생산성이 낮은 경우에는 경기자들이 모두 보조수단을 선택한다. 셋째, 상금이 일정수준을 상회하면서 생산성이 높은 경우에는 한 경기자는 보조수단을 선택하지 않고 경쟁자는 보조수단을 선택한다.

〈질문 1〉에 대한 답으로부터 〈질문 2〉가 비대칭능력 모형에는 적용되지 않고, 대칭생산성 모형에만 적용됨을 알 수 있다. 따라서 본 연구는 대칭 생산성을 고려한 Tullock 모형에서 유도된 지대소진과 대칭생산성 모형에서 유도된 지대소진을 비교하여 〈질문 2〉에 대한 답을 제시하였다.

〈질문 2〉에 대한 답. 대칭생산성 모형에서 상금의 가치가 높고, 생산성이 높은 경우에 보조수단의 선택이 지대소진을 낮출 수 있다.

본 연구는 경합에서 어떤 유형의 경기자들이 어떠한 상황에서 보조수단을 선택하고, 보조수단을 사용하는 경우에 사회적 자원비용이 감소되는 조건을 보였다는 점에서 의의가 있다.

본 연구가 갖는 한계점은 다음의 세 가지로 요약할 수 있다. 첫째, 본 연구는 경기자들의 보조수단의 선택에 대한 완전정보를 가정하였다. 그러나 현실에서 경기자는 경쟁자가 보조수단을 선택한지에 대해 인지하지 못할 수 있다. 이와 같은 비대칭정보 하에서는 경기자의 전략적 행위가 본 연구에서 유도된 행위가 상이한 형태를 갖게 될 것이다. 둘째, 위험중립적인 경기자를 가정하였다. 그러나 현실에서 경기자는 위험기피적인 경우가 대부분이다. 특히, 비대칭능력 모형에서 위험기피적인 경기자의 전략적 행위는 본 연구에서 유도된 행위와 다를 수 있다. 셋째, 생산성이 매우 높은 경우, 예를 들어 $\{\delta > 2\}$인 경우를 분석대상에서 제외시켰다.[26] 위의 한계점에 대응하여 비대칭정보와 위험기피적인 경기자를 고려하는 분석 그리고 생산성

26) 또한, 본 연구는 Epstein and Hefeker(2003) 등을 따라 특수한 성공함수를 사용하였다. 다양한 성공함수를 고려하면, 새로운 내쉬균형과 이에 따른 결과가 도출될 수 있다. 이에 대한 지적해 주신 익명의 심사위원께 감사드린다.

이 높은 경우에 혼합전략균형을 고려하는 분석은 연구의 과제로 남긴다.

투고 일자: 2015. 9. 1. 심사 및 수정 일자: 2015. 11. 12. 게재 확정 일자: 2015. 12. 17.

◈ 참고문헌 ◈

박성훈 (2015), "보조수단을 고려한 경합: 보수와 지대낭비에 대한 분석", 『산업경제연구』, 제28권, 1373-1390.

Park, S. -H. (2015), "Payoffs and Rent Dissipation as a Rent-seeking Contest with Alternative Instruments", *Journal of Industrial Economics and Business*, 28, 1373-1390 (written in Korean).

박성훈・이명훈 (2014), "잠재적 독점기업, 소비자운동, 그리고 후생비용", 『국제경제연구』, 제20권, 27-50.

Park, S. -H. and M. Lee (2014), "Potential Monopolies, Consumer Movement, and Welfare Costs", *Kukje Kyungje Yongu*, 20, 27-50 (written in Korean).

Baik, K. H. (1999), "Rent-seeking Firms, Consumer Groups, and the Social Costs of Monopoly", *Economic Inquiry*, 37, 541-553.

Baik, K. H. and I. -K. Kim (1997), "Delegation in Contests", *European Journal of Political Economy*, 13, 281-298.

Baik, K. H. and S. Lee (2000), "Two-stage Rent-seeking Contests with Carryovers", *Public Choice*, 103, 285-296.

Baik, K. H. and J. F. Shogren (1992), "Strategic Behaviour in Contests: Comment", *American Economic Review*, 82, 359-362.

Baye, M., D. Kovenock, and C. Vries (1994), "The Solution to the Tullock Rent-seeking Game when R > 2: Mixed-strategy Equilibria and Mean Dissipation Rate", *Public Choice*, 81, 363-380.

Dixit, A. (1983), "Strategic Behavior in Contests", *American Economic Review*, 77, 891-898.

Epstein, G. S. and C. Hefeker (2003), "Lobbying Contests with Alternative Instruments", *Economics of Governance*, 4, 81-89.

Epstein, G. S., S. Nitzan, and M. Schwarz (2008), "Efforts in

Two-sided Contests", *Public Choice*, 136, 283-291.

Farmer, A. and P. Pecorino (1999), "Legal Expenditures as a Rent-seeking Game", *Public Choice*, 100, 271-288.

Hurley, T. (1998), "Rent Dissipation and Efficiency in a Contest with Asymmetric Valuations", *Public Choice*, 94, 289-298.

Lee, S. (2003), "Two-stage Contests with Additive Carryovers", *International Economic Journal*, 17, 83-99.

Nitzan, S. (1994), "Modelling Rent-seeking Contests", *European Journal of Political Economy*, 10, 41-60.

Schoonbeek, L. (2007), "Delegation with Multiple Instruments in a Rent-seeking Contest", *Public Choice*, 131, 453-464.

Shaffer, S. and J. F. Shogren (1992), "Infinitely Repeated Contests: How Strategic Interaction Affects the Efficiency of Governance", *Regulation & Governance*, 2, 234-252.

Tullock, G. (1967), "The Welfare Cost of Tariffs, Monopolies, and Theft", *Western Economic Journal*, 5, 224-232.

____________ (1980), *Efficient Rent Seeking, in Toward a Theory of the Rent-Seeking Society*, J. Buchanan, R. D. Tollison and G. Tullock: Texas A&M University Press.

Wärneryd, K. (2000), "In Defense of Lawyers: Moral Hazard as an Aid to Cooperation", *Games and Economic Behavior*, 33, 145-158.

〈부록 1A: 비대칭능력 모형에서 제2단계 SNE의 유도〉

제2단계 SNE의 유도를 위해 식 (11), 식 (12), 식 (13), 식 (14)로 표현된 쿤-터커 조건을 사용한다. 우선, (i) $\{y_1 = y_2 = 0\}$인 경우는 Tullock 모형과 동일하므로 SNE의 유도는 생략한다. (ii) $\{y_1 = 0\}$ 그리고 $\{y_2 > 0\}$이 성립되기 위해서는 $\{L_1 = L_2\}$가 만족되어야 한다. $\{y_1 = 0\}$과 $\{L_1 = L_2\}$를 식 (13)에 대입하면 $\{y_2 = -(1+\sigma)+(\sigma v)^{1/2}\}$를 얻게 되며, $\{y_2 > 0\}$이 되기 위해서 $\{v > (1+\sigma)^2/\sigma\}$의 조건이 필요하다. 식 (12)에 $\{L_1 = L_2\}$, y_2를 대입시키고 $\{y_1 = 0\}$을 고려하면, $\{v \leq (1+\sigma)^2/\sigma\}$의 조건이 필요하므로, (ii)의 경우는 성립되지 않으며, (iii)의 경우 역시 성립되지 않는다. (iv) $\{y_1 > 0\}$ 그리고 $\{y_2 > 0\}$이 성립되기 위한 조건은 $\{L_1 = L_2\}$, $\{y_1 + 1 = y_2 + 1\}$이다. $\{L_1 = L_2\}$와 $\{y_1 + 1 = y_2 + 1\}$을 식 (11) 또는 식 (13)에 대입하면 $\{L_1 = L_2 = \sigma v/(1+\sigma)^2\}$를, 식 (12) 또는 식 (14)에 대입하면 $\{y_1 = y_2 = \sigma v/(1+\sigma)^2 - 1\}$을 얻는다. 또한 $\{y_1 = y_2 = \sigma v/(1+\sigma)^2 - 1\}$로부터 $\{y_1 > 0\}$ 그리고 $\{y_2 > 0\}$이 성립되기 위한 조건을 얻는다: $\{v > (1+\sigma)^2/\sigma\}$.

〈부록 2A: 대칭생산성 모형에서 제2단계 SNE의 유도〉

제2단계 SNE의 유도를 위해 식 (15), 식 (16), 식 (17), 식 (18)로 표현된 쿤-터커 조건을 사용한다. 우선, (i) $\{y_1 = y_2 = 0\}$인 경우는 Tullock 모형과 동일하므로 SNE의 유도는 생략한다. (ii) $\{y_1 = 0\}$ 그리고 $\{y_2 > 0\}$의 성립조건을 유도해 보자. 우선, 식 (15)와 식 (17)로부터 $\{L_1 = L_2\}$를 얻는다. $\{L_1 = L_2\}$를 식 (18)에 대입하면 $\{y_2 = -2 + (v)^{1/2}\}$를 얻으며, 식 (16)에 $\{L_1 = L_2\}$, $\{y_2 = -2 + (v)^{1/2}\}$를 대입시키고 $\{y_1 = 0\}$을 고려하면, $\{1 \leq 1\}$이 만족된다. 또한 $\{y_2 = -2 + (v)^{1/2}\}$가 성립되기 위해서는 $\{v > 4\}$가 만족되어야 한다. 다음으로 경기자들의 참여제한을 고려하자. 보조수단을 사용하지 않는 경기자 1의 기대보수가 0보다 크기 위해서는 $\{\delta < v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$이 성립되어야 하며, 경기자 2의 기대보

수가 0보다 크기 위해서는 $\{\delta < (v+2(v^{1/2}-1))/(v^{1/2}-1)\}$ 충족되어야 한다. $\{v^{1/2}/(v^{1/2}-1) < (v+2(v^{1/2}-1))/(v^{1/2}-1)\}$이므로 (ii)와 (iii)의 성립조건은 $\{v>4\}$과 $\{\delta < v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$이다. (iv) $\{y_1>0\}$ 그리고 $\{y_2>0\}$의 성립조건을 유도해 보자. 식 (15)와 식 (17)로부터 $\{L_1=L_2\}$, 식 (16)과 식 (18)로부터 $\{y_1+1=y_2+1\}$을 얻는다. $\{L_1=L_2\}$와 $\{y_1+1=y_2+1\}$을 식 (15) 또는 식 (17)에 대입하면 $\{L_1=L_2=\delta v/4\}$를 얻으며, 식 (16)또는 식 (18)에 대입하면 $\{y_1=y_2=v/4-1\}$을 얻는다. 이에 따라 $\{y_1>0\}$ 그리고 $\{y_2>0\}$이기 위해서는 $\{v>4\}$이 만족되어야 한다. 다음으로 경기자들의 참여제한을 고려하자. 보조수단을 사용하는 경기자들의 기대보수가 0보다 크기 위해서는 $\{\delta \le 1\}$이면서 $\{v>4\}$이거나 $\{1<\delta<(4+v)/4\}$이면서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$이 충족되어야 한다. 이에 따라 (iv)의 성립조건은 $\{\delta \le 1\}$이면서 $\{v>4\}$이거나 $\{1<\delta<(4+v)/4\}$이면서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$이다.

〈부록 2B: 대칭생산성 모형에서 SPNE의 유도〉

$\{v>4\}$인 경우에 경기자들의 참여제한을 고려하여, $\{\delta \le 1\}$이면서 $\{v>4\}$인 영역과 $\{1<\delta<v^{1/2}/(v^{1/2}-1)\}$이면서 $\{4<v<4/(\delta-1)\}$인 영역을 고려한다. 보조정리 3의 (i)로부터 $\{G^{q^*}_{1[i]}=G^{q^*}_{2[i]}=(2-\sigma)v/4\}$, (ii)로부터 $\{G^{q^*}_{1[ii]}=(1-\delta)v^{1/2}+\delta\}$와 $\{G^{q^*}_{2[ii]}=v+(2+\delta)(1-v^{1/2})\}$, (iv)로부터 $\{G^{q^*}_{1[iv]}=G^{q^*}_{2[iv]}=(1-\delta)v/4+1\}$를 얻는다. 경기자 n이 보조수단을 선택할지에 대해 알아보자. 경기자 m이 보조수단을 선택하지 않는 경우에 $\{G^{q^*}_{n[i]}<G^{q^*}_{n[iii]}\}$이면 경기자 n은 보조수단을 선택하게 되며, 경기자 m이 보조수단을 선택하는 경우에 $\{G^{q^*}_{n[ii]}<G^{q^*}_{n[iv]}\}$이면 경기자 n은 보조수단을 선택한다. 분석의 편의를 위해 $\{DG_n(1)=G^{q^*}_{n[i]}-G^{q^*}_{n[iii]}\}$, $\{DG_n(2)=G^{q^*}_{n[ii]}-G^{q^*}_{n[iv]}\}$로 표현하자. $DG_n(1)$은 식 (B.1)과 같다.

$$DG_n(1)=(2-\delta)v/4-v-(2+\delta)(1-v^{1/2}) \tag{B.1}$$

$\{\lim_{v \to 4} DG_n(1) = 0\}$이며 $\{\partial DG_n(1)/\partial v = (2+\delta)(1/v^{1/2} - 1/2)/2\}$이고 $\{v = 4\}$에서 $\{\partial DG_n(1)/\partial v = 0\}$이다. $\{\partial^2 DG_n(1)/\partial v^2 = -(2+\delta)/4v^{3/2} < 0\}$이다. 따라서 $DG_n(1)$은 오목함수이며 $\{v = 4\}$에서 극대값을 가지며 극대값은 0이다. 이는 $\{G^{q^*}_{n[i]} < G^{q^*}_{n[iii]}\}$를 의미하며, 경기자 m이 보조수단을 선택하지 않는 경우에 경기자 n은 보조수단을 선택한다. $DG_n(2)$는 식 (B.2)와 같다.

$$DG_n(2) = (1-\delta)v^{1/2} + \delta - (1-\delta)v/4 - 1 \qquad \text{(B.2)}$$

$\{\lim_{v \to 4} DG_n(2) = 0\}$이며 $\{\partial DG_n(1)/\partial v = (1-\delta)(1/v^{1/2} - 1/2)/2\}$이고 $\{v = 4\}$에서 $\{\partial DG_n(2)/\partial v = 0\}$이다. $\{\partial^2 DG_n(1)/\partial v^2 = -(1-\delta)/4v^{3/2}\}$이며, $\{\delta < 1\}$이면 $\{\partial^2 DG(1)/\partial v^2 < 0\}$, $\{\delta = 1\}$이면 $\{\partial^2 DG(1)/\partial v^2 = 0\}$ 그리고 $\{\delta > 1\}$이면 $\{\partial^2 DG_n(1)/\partial v^2 > 0\}$이다. 따라서 $DG_n(2)$은 $\{\delta < 1\}$이면 오목함수이며 $\{v = 4\}$에서 극대값을 가지며 극대값은 0이다. 또한 $DG_n(2)$은 $\{\delta > 1\}$이면 볼록함수이며 $\{v = 4\}$에서 극소값을 가지며 극소값은 0이다. 이는 $\{\delta < 1\}$이면 $\{G^{q^*}_{n[i]} < G^{q^*}_{n[iv]}\}$를 의미하며, 경기자 m이 보조수단을 선택하는 경우에 경기자 n은 보조수단을 선택한다. 그러나 이는 $\{\delta > 1\}$이면 $\{G^{q^*}_{n[i]} > G^{q^*}_{n[iv]}\}$를 의미하며, 경기자 m이 보조수단을 선택하는 경우에 경기자 n은 보조수단을 선택하지 않는다. 제1단계에서 경기자가 보조수단의 선택여부를 결정하게 되면, 제2단계에서 유도된 참여제한을 함께 고려하여 정리 2가 유도된다.

Rent Dissipation with Productivity, Ability, and Second Instrument in Contests

Sung-Hoon Park*

Abstract

We consider contests with two players in which each player has the option of using a second instrument to increase his probability of winning a prize. We examine that: (i) who selects the second instrument from players; and (ii) whether the use of the second incurs rent dissipation. To answer (i), we consider two models with the asymmetric ability of contest and the symmetric productivity of effort. The games has two stages. At the first stage, each player decides on the use of the second instrument. At the second stage, each player expends his efforts to win a prize. Solving for subgame-perfect Nash equilibrium (SPNE), we find the following results. At the model with the asymmetric ability, (a) SPNE does not exist and (b) players do not want to use the second instrument. At the model with symmetric productivity, (c) the lower size of the prize has player do not use the second instrument, (d) the higher size and the lower productivity have players select the second, and (e) the higher size and the higher productivity have a player select the second instrument and his rival do not. To answer (ii), rent dissipation obtained by the model with the symmetric productivity is compared to that obtained by Tullock's. Then, we show that the use of the second instrument may decrease rent dissipation with the higher size of the prize and the higher productivity of effort.

KRF Classification : B030200
Key Words : contest, contest ability, effort productivity, expected payoff, instruments, rent dissipation

---

* Associate Professor, Department of Economics, Chosun University, Address: 309 Philmoondaero, Dong-gu, Gwangju, Korea, Tel: +82-62-230-6839, e-mail: park@chosun.ac.kr