

유발계수행렬의 요인별 분해를 통한 경제적 성격 규명에 관한 연구

김 호 언*

요약

일반화된 산업연관균형식의 해($x = (I - A)^{-1}f = C^f f$)는 부문 사이에 존재하는 연속적 연결의 문제 때문에 원인변수는 최종수요(f)이며, 결과변수는 총산출(x)일 경우에만 오직 인과적 상호 의존관계가 성립한다는 제약을 내포하고 있다. 투입·산출(IO)모형이 갖는 연속적 연결의 문제와 Oosterhaven & Stelder가 창안한 순승수 개념의 한계를 동시에 해결하기 위하여 최종수요에 대한 생산유발계수행렬(C^f)의 요인별 분해가 이루어지게 되었다. 본 연구의 목적은 ① C^f 행렬의 요인별 분해 결과에 대한 경제적 함의를 규명하며, ② 요인별 분해를 통하여 발생하는 다양한 생산 및 투입유발계수행렬의 성격을 파악하고, ③ 개별 생산 및 투입유발계수행렬의 차별적인 특성을 비교 분석하는 데 있다. C^f 행렬은 I (단위행렬), A (투입계수행렬), T (기술적 간접행렬), R (연관적 간접행렬)로 분해된다. 이들 4가지(I, A, T, R) 요인별 행렬의 조합을 통하여 총 11가지 종류의 생산 및 투입유발계수행렬이 존재하게 된다. 이러한 11가지 형태의 유발계수행렬을 통하여 다양한 경제변수 사이의 인과적 의존관계를 추계할 수 있게 되었다.

주제분류 : B031002

핵심 주제어 : 유발계수행렬, 요인별 분해, 생산유발계수행렬, 투입유발계수행렬, 최종수요에 대한 생산유발계수행렬, 연속적 연결

* 계명대학교 경제금융학과 교수, e-mail: houn@kmu.ac.kr

I. 서 론

Gim and Kim(1998)은 개방형 정태 투입·산출모형(input-output (IO) model)에서 j 부문의 최종수요(f) 1단위를 충족하기 위한 i 부문의 직·간접 투입요구량(γ_{ij}^f)과 j 부문의 총산출(x) 1단위를 생산하기 위한 i 부문의 직·간접 투입요구량(γ_{ij}^x) 사이의 ‘일반적 관계’를 처음으로 밝혔다. 그 후 이를 더욱 발전시킨 ‘보완된 일반적 관계’(complemented general relation)를 정확한 연속적 연결(correct consecutive connections) 개념을 통하여 완성하였다(Gim and Kim, 2008b, 2009).

전통적인 일반화된 산업연관균형식의 해($x = (I - A)^{-1}f = C^f f$)는¹⁾ 부문 사이에 존재하는 연속적 연결의 문제로 인하여 원인변수는 최종수요(f)이며, 결과변수는 산출물(x)일 경우에만 오직 인과적 상호 의존관계가 성립한다는 제약을 포함하고 있다. Oosterhaven and Stelder(OS, 2002)는 순승수(net multipliers)라는 새로운 개념을 도입하여 원인변수가 산출물(x)일 경우의 각종 경제적 파급효과를 추계하려고 시도 하였다. 그러나 OS가 개발한 순승수 개념도 경제변수 사이의 인과적 의존관계를 제대로 설명하지 못하는 동차식(homogeneous formula) 형태가 되어 다양한 후속 연구(de Mesnard, 2002; Gim and Kim, 2008b; Sancho, 2013)들에 의하여 밝혀졌다.

투입·산출모형이 갖는 연속적 연결의 문제와 OS가 착안한 순승수 개념의 한계를 동시에 해결하기 위하여 최종수요에 대한 생산유발계수행렬 $C^f = (c_{ij}^f)$ 의 요인별 분해(decomposition by factors)(Gim and Kim, 2005, 2008a)가 이루어지게 되었다. 이러한 C^f 행렬의 분해를 통하여 매우 다양한 형태의 유발계수행렬이 존재하게 되었다.²⁾

-
- 1) x : 산출물 열방향량(column vector), I : 단위행렬, A : 투입(기술)계수행렬, f : 최종수요 열방향량, C^f : 최종수요에 대한 생산유발계수행렬(혹은 레온티에프 역행렬, 최종수요·총산출 승수)을 각각 뜻한다.
 - 2) 최종수요에 대한 생산유발계수행렬(C^f)의 요인별 분해 결과를 통하여 활용할 수 있는 구체적인 경제 분석의 예(혹은 기여)는 다음과 같다. 즉 다양한 인과관계를 기반으로 하여 ① 각종 산업연관 승수효과분석, ② 각종 산업연관효과분석, ③ 각종 유발효과(생산, 고용, 소득 등에 대한) 등을 경험적으로 추계하여 이를 다양한 경제 정책 수립에 적용할 수 있다.

본 논문의 목적은 다음과 같이 요약될 수 있다. (1) C^f 행렬의 요인별 분해 결과에 대한 경제적 함의를³⁾ 규명하고자 한다. (2) 요인별 분해를 통하여 발생하는 총 11가지 종류의 생산 및 투입유발계수행렬의 성격을 파악하는 것이다. (3) 개별 생산 및 투입유발계수행렬의 차별적인 인과관계와 특성을 상호 비교 분석하는 데 있다.

연구 범위는 C^f 행렬을 우선적으로 요인별 행렬로 분해하고, 이를 통하여 여러 형태의 유발계수행렬에 대한 경제적 성격을 파악하며, 이를 상호 비교하는 데 연구의 주요점과 차별성을 부여하고자 한다. 구체적인 연구 방법을 경제 이론 및 문헌적 접근 방법을 활용하고자 한다.

II. 유발계수행렬의 요인별 분해

최종수요에 대한 생산유발계수행렬 C^f 를 요인별로 분해하면 식 (1)과 같으며, 이를 다시 행렬의 원소로 표시하면 식 (2)와 같다.

$$\text{최종수요에 대한 생산유발계수행렬} = C^f = (c_{ij}^f) = I + A + T + R \quad (1)$$

T : 기술적 간접행렬(technical indirect matrix)⁴⁾

R : 연관적 간접행렬(interrelated indirect matrix)⁵⁾

$$c_{ij}^f = \delta_{ij} + a_{ij} + t_{ij} + r_{ij} \quad (2)$$

-
- 3) 본 연구가 담고 있는 중요한 경제적 함의는 다음과 같이 요약할 수 있다. ① 산업연관균형식의 해가 갖고 있는 인과관계의 한계를 상보적으로 해결, ② 간접효과를 기술적 간접효과와 연관적 간접효과로 분해, ③ 유발계수행렬을 생산 및 투입유발계수행렬로 구분, ④ 요인별 분해 결과를 통하여 다양한 인과관계를 설명, ⑤ 순승수 개념의 한계를 해결한 점 등을 언급할 수 있다.
- 4) 요인별 분해 결과는 단위효과, 직접효과, 간접효과로 나누어진다. 간접효과는 다시 기술적 간접효과와 연관적 간접효과로 구분된다. T 는 기술적 간접효과를 설명하는 행렬을 의미한다. 기술적 간접효과는 생산에 있어서 투입물과 산출물 사이의 완전한 생산의 기술적 관계만을 보여주는 개념이다(Gim and Kim, 2009, p.811).
- 5) R 은 연관적 간접효과를 보여주는 행렬을 말한다. 연관적 간접효과를 구성하는 모든 항들은 (A 행렬을 통한)직접효과와 (T 행렬을 통한)기술적 간접효과를 나타내는 항들과 모두 '연관'(interrelated)되어 있으므로 붙여진 이름이다(Gim and Kim, 2011, pp.243-245).

δ_{ij} : 크로네커(Kronecker) 델타($1, i = j$ 혹은 $0, i \neq j$)

a_{ij} : 투입계수행렬(A)의 원소

t_{ij} : 기술적 간접행렬(T)의 원소

r_{ij} : 연관적 간접행렬(R)의 원소

식 (2)의 c_{ij}^f 는 j 부분의 최종수요 1단위를 충족하기 위한 i 부분으로부터의 직·간접 산출요구량을 의미한다.

최종수요에 대한 생산유발계수행렬(C^f)를 구성하는 4가지 요인 행렬(I, A, T, R) 중에서 2가지 요인으로 구성될 수 있는 조합의 수($4C2$) 6가지는 식 (3)으로, 3가지 요인으로 구성될 수 있는 조합의 수($4C3$) 4가지는 식 (4)로, 4가지 요인으로 구성될 수 있는 조합의 수($4C4$) 1가지는 식 (5)로 각각 나타낼 수 있다.

$$4C2: (I, A), (I, T), (I, R), (A, T), (A, R), (T, R) \quad (3)$$

$$4C3: (I, A, T), (I, T, R), (A, T, R), (I, A, R) \quad (4)$$

$$4C4: (I, A, T, R) \quad (5)$$

C^f 행렬의 요인별 분해를 통하여 식 (3), (4), (5)와 같이 총 11종류의 유발계수행렬이 발생하게 된다.

Ⅲ. 유발계수행렬의 경제적 성격

1. A, T, R 에 의한 생산유발계수행렬

식 (3)에서 A (투입계수행렬), T (기술적 간접행렬), R (연관적 간접행렬)에 의한 단순한 형태의 생산유발계수행렬을 나타내는 식은 (6), (7), (8)과 같이 표시된다.

$$C_A = I + A \quad (6)$$

$$C_T = I + T \quad (7)$$

$$C_R = I + R \quad (8)$$

식 (6)은 투입계수행렬(A)에 단위행렬(I)이 합해짐으로써 C_A 는 A 행렬에 대한 생산유발계수행렬이 된다. 식 (7)은 기술적 간접행렬(T)에 단위행렬(I)이 추가됨으로써 C_T 는 T 행렬에 대한 생산유발계수행렬이 되며, 식 (8)은 연관적 간접행렬(R)에 역시 단위행렬(I)이 포함됨으로써 C_R 은 R 행렬에 대한 생산유발계수행렬이 각각 된다. 유발계수행렬은 투입유발계수행렬과 생산유발계수행렬로 나누어진다. 생산유발계수행렬은 자기 자신에 대한 기준 되는 변화 1단위를 생산유발에 반드시 포함해야 하므로, 식 (6), (7), (8)에서와 같이 단위행렬(I)을 내포하고 있다. 식 (6), (7), (8)은 가장 간단한 형태의 생산유발계수행렬이 된다.

2. $\langle A + R \rangle$, $\langle T + R \rangle$ 에 의한 유발계수행렬

식 (3)과 (4)를 통하여 $\langle A + R \rangle$ 과 $\langle T + R \rangle$ 에 의한 투입유발계수행렬($\Gamma_{\langle A + R \rangle}$ 과 $\Gamma_{\langle T + R \rangle}$)은 식 (9)와 (11)로, $\langle A + R \rangle$ 과 $\langle T + R \rangle$ 에 의한 생산유발계수행렬($C_{\langle A + R \rangle}$ 과 $C_{\langle T + R \rangle}$)은 식 (10)과 (12)로 각각 표시된다.

$$\Gamma_{\langle A + R \rangle} = A + R = \text{직접효과} + \text{연관적 간접효과} \quad (9)$$

$$C_{\langle A + R \rangle} = I + A + R = \text{단위효과} + \text{직접효과} + \text{연관적 간접효과} \quad (10)$$

$$\Gamma_{\langle T + R \rangle} = T + R = \text{기술적 간접효과} + \text{연관적 간접효과} \quad (11)$$

$$C_{\langle T + R \rangle} = I + T + R = \text{단위효과} + \text{기술적 간접효과} + \text{연관적 간접효과} \quad (12)$$

$\langle A + R \rangle$ 에 의한 투입유발계수행렬 $\Gamma_{\langle A + R \rangle}$ 은 직접효과(A)와 연관적 간접효과(R)의 합으로 구성되며, 여기에 단위(변화에 의한)효과(I)를 추가하면 $\langle A + R \rangle$ 에 의한 생산유발계수행렬 $C_{\langle A + R \rangle}$ 이 된다. 생산유발효과는 단위효과(I), 직접효과(A), 간접효과로 나누어지며, 간접효과는 다시 기술적 간접효과(T)와 연관적 간접효과(R)로 구분된다. $\langle T + R \rangle$ 에 의한 투입유발계수행렬 $\Gamma_{\langle T + R \rangle}$ 은 기술적 간접효과(T)와 연관적 간접

효과(R)의 합으로 이루어지며, 식 (11)에 단위효과(I)를 포함하면 $\langle T+R \rangle$ 에 의한 생산유발계수행렬 $C_{\langle A+R \rangle}$ 이 된다.

3. 투입 및 생산유발계수행렬과 인과관계

최종수요(f), 총산출(x), 최종산출(o) 사이의 일반화된 생산순환체계와 두 투입유발액(p 와 q) 사이의 관계를 도화하면 <그림 2>(김호언, 2008a, 47면)와 같다.⁶⁾ <그림 2>에서 ① 두 변수(f 와 x) 사이의 상호 의존관계는 투입·산출(IO)모형, ② 두 변수(x 와 o) 사이의 상호 의존관계는 산출·산출모형(output-output(OO) model)(김호언, 2008a, 2009; Gim, 2009; Gim and Kim, 2009), ③ 두 변수(f 와 o) 사이의 상호 의존관계는 최종수요·최종산출 모형(final demand-final output(FF) model)(김호언, 2008b)이 각각 된다.

총산출(x)이 원인변수일 때 투입유발액(q , 결과변수)과의 인과관계를 표시하면 식 (13)과 같으며, 산출물에 대한 투입유발계수행렬(Γ^g)은 투입계수행렬(A)과 기술적 간접행렬(T)로 요인별 분해된다.

$$q = \Gamma^g x = (A + T)x \quad (13)$$

총산출(x)이 역시 원인변수일 때 최종산출(o , 결과변수)과의 인과관계는 식 (14)로 표시되며, 산출물에 대한 생산유발계수행렬(C^g)은 단위행렬(I), 투입계수행렬(A), 기술적 간접행렬(T)로 각각 분해된다.

$$o = C^g x = (I + A + T)x \quad (14)$$

따라서 Γ^g 행렬에 단위행렬(I)을 추가하면 C^g 행렬이 된다.

6) 총산출(x)은 최종수요(f , 원인변수)에 대한 생산유발계수행렬(C^f)에 의한 결과변수이며, 최종산출(o)은 총산출(x , 원인변수)에 대한 생산유발계수행렬(C^g)에 의한 결과변수가 각각 된다. 투입유발액은 최종수요에 대한 투입유발계수행렬(Γ^f)에 의한 투입유발액(p)과 산출물에 대한 투입유발계수행렬(Γ^g)에 의한 투입유발액(q)으로 구분된다.

최종수요(f)가 원인변수일 때 투입유발액(p , 결과변수)과의 인과관계를 나타내면 식 (15)와 같으며, 최종수요에 대한 투입유발계수행렬(Γ^f)은 투입계수행렬(A), 기술적 간접행렬(T), 연관적 간접효과(R)로 요인별 분해된다.

$$p = \Gamma^f f = (A + T + R)f \quad (15)$$

최종수요(f)가 또한 원인변수일 때 총산출(x , 결과변수)과의 인과관계를 표시하면 식 (16)과 같으며, 최종수요에 대한 생산유발계수행렬(C^f)은 식 (1)에서와 같이 I , A , T , R 행렬로 각각 요인별 분해된다.

$$x = C^f f = (I + A + T + R)f \quad (16)$$

식 (15)에 역시 단위행렬(I)을 보태면 C^f 행렬이 된다. 따라서 두 투입유발계수행렬(산출물에 대한: Γ^g , 최종수요에 대한: Γ^f)과 두 생산유발계수행렬(산출물에 대한: C^g , 최종수요에 대한: C^f)은 모두 두 경제변수 사이의 인과적 의존관계를 설명하는 다부문 승수(multi-sector multiplier) 행렬이 된다.

IV. 결 론

일반화된 산업연관균형식의 해($x = C^f f$)는 부문 사이에 존재하는 연속적 연결의 문제 때문에 원인변수는 최종수요(f)이며, 결과변수는 총산출(x)일 경우에만 오직 인과적 의존관계가 성립한다는 제약을 내포하고 있다. 투입·산출모형이 갖는 연속적 연결의 문제와 OS가 개발한 순승수 개념의 한계를 동시에 해결하기 위하여 최종수요에 대한 생산유발계수행렬(C^f)의 요인별 분해가 이루어지게 되었다.

C^f 행렬은 단위행렬(I), 투입계수행렬(A), 기술적 간접행렬(T), 연관적 간접행렬(R)로 각각 분해된다. 이들 4가지(I , A , T , R) 요인별 행렬의

조합을 통하여 총 11가지 종류의 생산 및 투입유발계수행렬이 존재하게 된다. 이러한 11가지 형태의 다부문 유발계수행렬을 통하여 다양한 경제변수 사이의 인과적 의존관계에 대한 투입유발액과 생산유발액을 추계할 수 있게 되었다. 따라서 개별 연구자가 설정한 연구 목적에 가장 부합하는 생산 및 투입유발계수행렬을 활용하여 의미 있는 인과변수 사이의 생산 및 투입유발 효과를 경험적으로 분석할 수 있다.

투고 일자: 2015. 3. 30. 심사 및 수정 일자: 2015. 4. 26. 게재 확정 일자: 2015. 5. 3.

◆ 참고문헌 ◆

- 金鎬彦 (2005), 『산업연관경제학』, 도서출판 서울기획.
- _____ (2008a), “산업연관모형에서 경제적 파급효과의 과대추정은 왜 발생하는가? 새로운 ‘산출·산출모형’을 통한 대안을 중심으로,” 『경제학연구』, 제56권 제1호, 한국경제학회, 31-56.
- _____ (2008b), “산업연관분석에서 새로운 ‘생산유발모형’ 개발에 관한 연구: 최종수요, 총산출, 최종산출 사이의 생산순환체계를 중심으로,” 『국토연구』, 제57권, 국토연구원, 3-18.
- _____ (2009), “새로운 ‘산출·산출모형’과 ‘산출·산출표’를 어떻게 활용할 것인가? 투입·산출모형과 투입·산출표에 대한 대안분석을 중심으로,” 『경제학연구』, 제57권 제2호, 한국경제학회, 115-157.
- Gim, Ho Un (2009), *Output-Output Economics: Model, Principles, and Applications*, Daegu: Seoul Gihoek.
- _____ and Koonchan Kim (1998), “The General Relation between Two Different Notions of Direct and Indirect Input Requirements,” *Journal of Macroeconomics*, Vol. 20, No. 1, 199-208.
- _____ and _____ (2005), “The Decomposition by Factors in Direct and Indirect Requirements: With Applications to Estimating the Pollution Generation,” *The Korean Economic Review*, Vol. 21, No. 2, 309-325.
- _____ and _____ (2008a), “Note on the Decomposition by Factors in Direct and Indirect Requirements,” *The Korean Economic Review*, Vol. 24, No. 1, 259-282.

- _____ and _____ (2008b), "On the Interrelation of the Leontief Inverse with Final Demand and Total Output: Based on the Correct Consecutive Connections," *Journal of Economic Studies*, Vol. 26, No. 3, 145-162.
- _____ and _____ (2009), "A Study on the Building of a New 'Output-Output Model' and Its Usefulness: Based on a Comparative Analysis of the Input-Output Model," *The Annals of Regional Science*, Vol. 43, No. 3, 807-829(published online: April 22, 2008).
- _____ and _____ (2011), "Input-Output Multiplier Analysis through the Decomposition by Factors of the Leontief Inverse: A Regional Case Study on the Korean Economy," *The Korean Journal of Economics*, Vol. 18, No. 1, 201-248.
- de Mesnard, L. (2002), "A Critical Comment on Oosterhaven-Stelder Net Multipliers," *The Annals of Regional Science*, Vol. 42, No. 3, 545-548.
- de Mesnard, L. (2007a), "A Critical Comment on Oosterhaven-Stelder Net Multipliers," *The Annals of Regional Science*, Vol. 41, No. 2, 249-271.
- de Mesnard, L. (2007b), "Reply to Oosterhaven: The Net Multiplier is a New Key Sector Indicator," *The Annals of Regional Science*, Vol. 41, No. 2, 285-296.
- Miller, R. E. and P. D. Blair (2009), *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions*, Cambridge: Cambridge University Press.
- Oosterhaven, J. and D. Stelder (2002), "Net Multipliers Avoid Exaggerating Impacts: With a Bi-regional Illustration for the Dutch Transportation Sector," *Journal of Regional Science*, Vol. 42, No. 3, 533-544.
- Sancho, F. (2013), "Some Conceptual Difficulties Regarding 'Net Multiplier'," *The Annals of Regional Science*, Vol. 51, No. 2, 537-552.

A Study on the Searching of Economic Characteristics through the Decomposition by Factors in the Requirements Matrices

Ho Un Gim*

Abstract

Recently, Gim and Kim (2005, 2008a) showed that the element of the output requirements matrix for final demand (or Leontief inverse matrix), c_{ij}^f , can be decomposed into four different parts as the final demand (δ_{ij}), the direct (a_{ij}), the technical indirect (t_{ij}), and the interrelated indirect effects (γ_{ij}). On the basis of the latest research findings and results, the specific objectives of this paper can be summarized as follows: (1) We search the economic implications of the results from the decomposition by factors in the output requirements matrix for final demand (C^f); (2) Through the decomposition by factors, we clarify the economic characteristics and features in the varied output and input requirements matrices; (3) We do a comparative analysis of the different properties and characteristics in the requirements matrices derived from the combinations of the factors I , A , T , and R .

KRF Classification : B031002

Key Words : requirements matrix, decomposition by factors, output requirements matrix, input requirements matrix, output requirements matrix for final demand, consecutive connections

* Professor of Economics, Keimyung University, e-mail: houn@kmu.ac.kr